



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام



دانشگاه فنی و حرفه‌ای
دانشکده فنی ایلام

تحلیل سیستم‌های انرژی الکتریکی ۱

(بررسی سیستم‌های قدرت ۱)

رشته مهندسی برق قدرت

مدرس : مهندس جواد خشت زر

javadkheshtzar@gmail.com

فصل اول: مفاهیم اساسی سیستم های قدرت	۷
فصل دوم: اندوکتانس خطوط انتقال	۱۷
فصل سوم: کاپاسیتانس خطوط انتقال	۳۵
فصل چهارم: مدلسازی خطوط انتقال	۴۵
فصل پنجم: ماتریس ادمیتانس و امپدانس شبکه	۶۴
فصل ششم: بهره برداری اقتصادی از سیستم های قدرت	۷۶
فصل هفتم: پخش بار Load Flow	۸۷
نمونه آزمون های مستند و پرتکرار برگزار شده	۱۰۷
پاسخنامه تشریحی تحلیل سیستم های انرژی	۱۲۰
منابع و مأخذ جهت پاسخگویی	۱۵۶



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

فصل اول

مفاهیم اساسی سیستم‌های قدرت



سیستم قدرت شبکه‌ای به هم پیوسته و پیچیده‌ای است که از چهار بخش تولید، توزیع، انتقال و مصرف تشکیل می‌شود.

انرژی الکتریکی در نیروگاه توسط ژنراتورها تولید می‌شود سپس توسط ترانسفورماتورها ولتاژ تولیدی بالا می‌رود تا تلفات انرژی الکتریکی کاهش یابد. توسط دکل‌های فشار قوی انرژی الکتریکی انتقال پیدا می‌کند و در انتهای خط توسط ترانسفورماتور، ولتاژ کاهش می‌یابد و به وسیله سیستم توزیع تحویل مصرف کننده‌ها می‌گردد.

هدف از تحلیل و بررسی سیستم‌های قدرت بدست آوردن پارامترهای مقاومت، اندوکتانس و کاپاسیتانس خطوط، مدل سازی و محاسبه ولتاژ باس‌ها و توان عبوری از خطوط می‌باشد. سپس اطلاعات کل شبکه به منظور جلوگیری از خروج شبکه از حالت نرمال خود بدست می‌آید.



کاربرد فازور در تحلیل سیستم های قدرت

در تحلیل سیستم های قدرت فرض بر این است که سیستم در حالت دائمی کار می‌کند و حالت‌های گذرا ندارد، شکل موج‌های ولتاژ و جریان سینوسی خالص با فرکانس ثابت می‌باش، به این ترتیب می‌توان سیستم‌های قدرت را در حوزه فازور تحلیل کرد. ولتاژ یا جریان سینوسی در یک فرکانس ثابت به وسیله دو پارامتر مقدار موثر و زاویه فاز شناخته می‌شود.

معادله ولتاژ و جریان در حوزه زمان:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

معادله ولتاژ و جریان در حوزه فرکانس:

$$V = |V| \angle \theta_v$$

$$I = |I| \angle \theta_i$$

نکته: طبق تعریف فازور را بر مبنای $\cos$ تعریف می‌شود همچنین قدر مطلق یا دامنه مقادیر موثر (rms) می‌باشد

مثال: سیگنال های ولتاژ و جریان زیر را به صورت فازوری بنویسید.

$$v(t) = 10\sqrt{2} \cos(\omega t - 60^\circ)$$

$$i(t) = 5\sqrt{2} \cos(\omega t - 30^\circ)$$

حل:

$$V = 10 \angle -60^\circ$$

$$I = 5 \angle -30^\circ$$

مفهوم امپدانس

طبق تعریف امپدانس (Z) به صورت تقسیم فازور ولتاژ بر فازور جریان تعریف می‌شود.

$$Z = \frac{V}{I}$$

$$Z = R + jX$$

قسمت حقیقی امپدانس (Z) را مقاومت (R) و قسمت موهومی را راکتانس (X) می‌نامند که می‌تواند سلفی یا خازنی باشد. واحد امپدانس، مقاومت و راکتانس بر حسب اهم (Ω) است.

مفهوم ادمیتانس

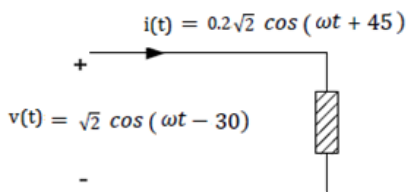
طبق تعریف ادمیتانس به صورت تقسیم فازور جریان بر فازور ولتاژ تعریف می شود.

$$Y = \frac{1}{Z}$$

$$Y = G + jB$$

قسمت حقیقی ادمیتانس (Y) را کندوکتانس (G) و قسمت موهومی آن را سوسپتانس (B) می نامند، واحد ادمیتانس، کندوکتانس و راکتانس موهو ($\bar{U}$) است.

مثال : در مدار شکل زیر امپدانس و ادمیتانس را بدست آورید.



حل:

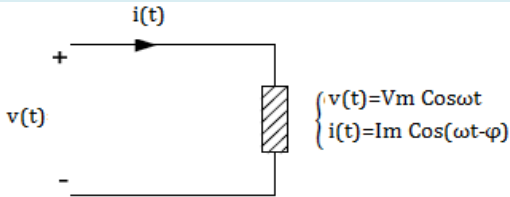
$$Y = \frac{V}{I} = \frac{1 \angle -30^\circ}{0.2 \angle 45^\circ} = 5 \angle -75^\circ \bar{U}$$

$$Z = 1/294 + j2/829 \Omega$$

$$Y = \frac{I}{V} = \frac{0.2 \angle -30^\circ}{1 \angle 45^\circ} = 0.2 \angle -75^\circ \bar{U}$$

$$Y = 0.052 - j0.193 \bar{U}$$

توان در مدارات تکفاز



طبق تعریف توان لحظه‌ای در المان تکفاز فوق به صورت حاصلضرب ولتاژ لحظه‌ای در جریان لحظه‌ای خواهد بود.

$$p(t) = V(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = V_m \cos \omega t \cdot I_m \cos(\omega t - \phi)$$

$$p(t) = V_m I_m \cos \omega t \cos(\omega t - \phi)$$

قدرت متوسط در یک زمان تناوب T برابر است با :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt$$

$$P = \frac{1}{T} V_m I_m \cos \phi$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

P قدرت اکتیو و $\cos \phi$ ضریب قدرت است، همانطور که از درس مدارهای الکتریکی به یاد دارید، علاوه بر توان اکتیو، توان راکتیو و ظاهری در مدارات AC تکفاز به صورت زیر بیان می شوند.

$$S = V_{rms} I_{rms}$$

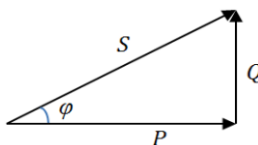
$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \phi$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \sin \phi$$

S توان ظاهری بر حسب (VA)، P توان اکتیو بر حسب (W)، Q توان راکتیو بر حسب (VAR)، مقادیر V_{rms} و I_{rms} مقادیر موثر ولتاژ و جریان و (ϕ) زاویه بین ولتاژ و جریان سیستم است.

با توجه به رابطه زیر که بین توان‌ها برقرار است می‌توان مثلث توان را تشکیل داد.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



توان مختلط

طبق تعریف توان مختلط برابر با حاصلضرب ولتاژ در مزدوج جریان می‌باشد.

$$V = |V| \angle \theta_v$$

$$I = |I| \angle \theta_i$$

$$S = V \cdot I^* = |V| \angle \theta_v \cdot |I| \angle -\theta_i = |V| \cdot |I| \angle (\theta_v - \theta_i) = |V| \cdot |I| \angle \phi$$

$$S = |V| \cdot |I| \cos \phi + j |V| \cdot |I| \sin \phi$$

$$S = P + jQ$$

$$P = |V| \cdot |I| \cos \phi$$

$$Q = |V| \cdot |I| \sin \phi$$

توان در مدارات سه فاز

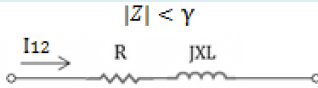
سیستم‌های قدرت در مقیاس‌های بزرگ (تولید و انتقال) به صورت سه فاز هستند که بارهای سه فاز نامتقارن را تغذیه می‌کنند. از آنجایی که روابط و مباحث مربوط به توان سیستم‌های سه فاز طولانی‌هست و در کتاب حاضر که ویژه آزمون‌های استخدامی تدوین شده است، امکان پرداختن به همه موضوعات و اثبات روابط وجود ندارد زیرا باعث افزایش حجم کتاب می‌شود و امکان مطالعه در زمان کم را از بین می‌برد. لذا در صورت نیاز به کتاب‌های مرجع مراجعه نمایید.

توان‌های سه گانه مختلط برای یک سیستم سه فاز AC به صورت زیر تعریف می‌شود. کمیت‌های V_{ϕ} و I_{ϕ} مقادیر فازی می‌باشند

$$S_{3\phi} = 3 \times V_{\phi} \cdot I_{\phi}$$

$$P_{3\phi} = 3 \times V_{\phi} \cdot I_{\phi} \cos \phi$$

$$Q_{3\phi} = 3 \times V_{\phi} \cdot I_{\phi} \sin \phi$$



$$|V_1| < \theta_1$$

$$|V_2| < \theta_2$$



$$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{Z} = \frac{|V_1| < \theta_1 - |V_2| < \theta_2}{|Z| < \gamma}$$

$$S_{12} = V_1 I_{12}^*$$

$$S_{12} = |V_1| < \theta_1 \left(\frac{|V_1| < \theta_1 - |V_2| < \theta_2}{|Z| < \gamma} \right)^*$$

$$S_{12} = |V_1| < \theta_1 \left(\frac{|V_1|}{|Z|} < (\theta_1 - \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} < (\theta_2 - \gamma) \right)^*$$

$$S_{12} = |V_1| < \theta_1 \left(\frac{|V_1|}{|Z|} < (-\theta_1 + \gamma) - \frac{|V_2|}{|Z|} < (-\theta_2 + \gamma) \right)$$

$$S_{12} = \frac{|V_1| \cdot |V_1|}{|Z|} < (\gamma) - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{|Z|} < (\gamma + \theta_1 - \theta_2)$$

$$P_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \cos \gamma - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{|Z|} \cos(\gamma + \theta_1 - \theta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{|Z|} \sin \gamma - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{|Z|} \sin(\gamma + \theta_1 - \theta_2)$$

اگر از مقاومت اهمی صرف نظر شود $\gamma = 90^\circ$ و $Z = X < 90^\circ$ پس :

$$P_{12} = \frac{|V_1| \cdot |V_1|}{|Z|} \cos 90^\circ - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{|Z|} \cos(90^\circ + \theta_1 - \theta_2)$$

$$P_{12} = \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{X} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{X} - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{X} \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

مثال: اگر دو منبع ولتاژ با مقادیر $V_1 = 100 < 35^\circ$ و $V_2 = 80 < 5^\circ$ توسط امپدانس $Z = j10 \Omega$ به هم وصل شده اند، توان اکتیو و راکتیو منتقل شده از ۱ به ۲ چقدر است؟

حل:

$$P_{12} = \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{X} \sin(\theta_1 - \theta_2)$$

$$P_{12} = \frac{100 \times 80}{10} \sin(35^\circ - 5^\circ) = 400W$$

$$Q_{12} = \frac{|V_1|^2}{X} - \frac{|V_1| \cdot |V_2|}{X} \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

$$Q_{12} = \frac{100^2}{10} - \frac{100 \times 80}{10} \cos(35^\circ - 5^\circ) = 307W$$

کمیت‌های پریونیت PU (نسبت به واحد)

در سیستم‌های قدرت از اعداد بسیار بزرگی استفاده می‌شود برای توان از مگا و برای ولتاژ از کیلو استفاده می‌شود، با استفاده از سیستم پریونیت اعداد کوچک و محاسبات راحت‌تر می‌شود. مقدار پریونیت یک کمیت به صورت نسبت مقدار واقعی آن کمیت به مقدار مبنای انتخاب شده تعریف می‌شود.

$$\text{مقدار واقعی} \\ \text{مقدار پریونیت PU} = \frac{\text{مقدار مبنای}}{\text{مقدار واقعی}}$$

در یک سیستم قدرت مبنای توان (SB)، مبنای ولتاژ (VB)، مبنای امپدانس (ZB) و مبنای جریان (IB) است.

$$S_{PU} = \frac{S}{S_B}$$

$$V_{PU} = \frac{V}{V_B}$$

$$Z_{PU} = \frac{Z}{Z_B}$$

$$I_{PU} = \frac{I}{I_B}$$

نکته: در یک سیستم قدرت تکفاز با انتخاب ۲ مینا از ۴ مینا می توان ۲ مینای دیگر را با استفاده از روابط زیر بدست آورد.

$SB = VB \cdot IB$	$VB = ZB \cdot IB$	$IB = \frac{SB}{VB}$	$ZB = \frac{VB}{IB}$
$SB = \frac{VB^2}{ZB}$	$VB = \frac{SB}{IB}$	$IB = \frac{VB}{ZB}$	$ZB = \frac{VB^2}{SB}$

نکته: برای توان های P و Q از همان توان ظاهری مینا SB استفاده می شود.

نکته: برای امپدانس های R و X از همان امپدانس مینا ZB استفاده می شود.

نکته: در سیستم سه فازه برای پریونیت کردن همانند سیستم تکفاز باید دو مقدار مینا مشخص باشد.

$$SB\sqrt{3}\varphi = 3 \times SB\varphi$$

$$VBLL = \sqrt{3}VB\varphi$$

مثال: در یک سیستم قدرت اگر ولتاژ مینا $230KV$ انتخاب شود ولتاژهای 63 و 230 و 400 کیلوولت بر حسب $p.u$ چقدر است؟

حل:

$$V_{PU} = \frac{V}{VB}$$

$$V_{PU} = \frac{63}{230} = 0.27p.u$$

$$V_{PU} = \frac{230}{230} = 1p.u$$

$$V_{PU} = \frac{400}{230} = 1.73p.u$$

مثال: در یک سیستم قدرت اگر قدرت مینا $2000MVA$ باشد، قدرت اکتیو $500MW$ چند $p.u$ است؟

حل:

$$P_{PU} = \frac{P}{PB}$$

$$P_{PU} = \frac{500}{2000} = 0.25PU$$

مثال: در یک ترانسفورماتور سه فاز ۲۳۰/۲۰KV، ۱۰۰MW با راکتانس پراکندگی اولیه ۵۲/۹ و ثانویه ۰/۴ اهم مفروض است، راکتانس پراکندگی پریونیت شده در دو سمت ترانسفورماتور چقدر است؟

حل:

$$Z_{B1} = \frac{V_{B1}^2}{S_B} = \frac{230^2}{100} = 529 \Omega$$

$$Z_{B2} = \frac{V_{B2}^2}{S_B} = \frac{20^2}{100} = 4 \Omega$$

$$X_{PU1} = \frac{X}{Z_{B1}} = \frac{52/9}{529} = 0/1 \text{ PU}$$

$$X_{PU2} = \frac{X}{Z_{B2}} = \frac{0/4}{4} = 0/1 \text{ p.u}$$

نکته: در سیستم‌های قدرت به دلیل استفاده از ترانسفورماتورها سطح ولتاژ در نقاط مختلف با هم برابر نیستند به همین دلیل باید چند ولتاژ مبنا انتخاب شود ولی به دلیل عدم تغییر توان توسط ترانسفورماتورها توان مبنا برای کل سیستم یکسان است.

تغییر مبنا

در صورتی که مبناى پریونیت شده به هر دلیلی تغییر کند می‌توان با استفاده از رابطه زیر امیدانس را در مبناى جدید بدست آورد.

$$Z_{PU_{new}} = Z_{PU_{old}} \times \left(\frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}} \right) \left(\frac{V_{B_{old}}}{V_{B_{new}}} \right)^2$$

مثال: ژنراتوری با مشخصات ۵۰۰MVA - ۱۸KV - $X'' = 0/25 \text{ PU}$ مفروض است، اگر مبناى محاسبات ۱۰۰MVA و ۲۰KV باشد مقدار X'' را در مبناى جدید چقدر است؟

حل:

$$X_{new} = X_{old} \times \left(\frac{S_{B_{new}}}{S_{B_{old}}} \right) \left(\frac{V_{B_{old}}}{V_{B_{new}}} \right)^2$$

$$X''_{new} = 0/25 \times \left(\frac{100}{500} \right) \left(\frac{18}{20} \right)^2 = 0/04 \text{ p.u}$$

مثال: در یک نیروگاه چهار ژنراتور مشابه با راکتانس سنکرون 0.2 pu در مبنای 200 MVA و 20 KV وجود دارد. راکتانس ژنراتورها در مبنای مجموع قدرت نامی ژنراتورها و ولتاژ 25 KV را حساب کنید.

حل:

$$S_{\text{Bold}} = 200 \text{ MVA}$$

$$V_{\text{Bold}} = 20 \text{ KV}$$

$$X_{\text{old}} = 0.2 \text{ pu}$$

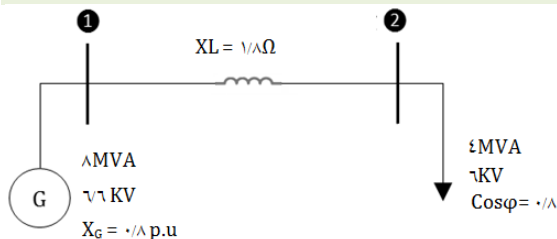
$$S_{\text{Bnew}} = 4 \times 200 = 800 \text{ MVA}$$

$$V_{\text{Bnew}} = 25 \text{ KV}$$

$$X_{\text{new}} = X_{\text{old}} \times \left(\frac{S_{\text{Bnew}}}{S_{\text{Bold}}} \right) \left(\frac{V_{\text{Bold}}}{V_{\text{Bnew}}} \right)^2$$

$$X_{\text{new}} = 0.2 \times \left(\frac{800}{200} \right) \left(\frac{20}{25} \right)^2 = 0.512 \text{ p.u}$$

مثال: در دیاگرام تک خطی زیر که مربوط به یک سیستم قدرت دو باسه است، اگر توان مبنا 100 MVA و ولتاژ مبنا 6 KV در نظر گرفته شود، مقادیر امپدانس ژنراتور، خط انتقال و بار را بر حسب p.u بدست آورید.



$$Z_{\text{B}} = \frac{V_{\text{B}}^2}{S_{\text{B}}} = \frac{6^2}{100} = 0.36 \Omega$$

$$Z_{\text{L}} = \frac{Z_{\text{L}}}{Z_{\text{B}}} = \frac{1/8}{0.36} = 0.347 \text{ p.u}$$

$$Z_{\text{D}} = \frac{V_{\text{D}}^2}{S_{\text{D}}} = \frac{6^2}{4} = 9 < \cos^{-1} 0.8 = 9 < 36 \Omega$$

$$Z_{\text{D}} = \frac{Z_{\text{D}}}{Z_{\text{B}}} = \frac{9}{0.36} = 25 < 36 = 2 + j0.347 \text{ p.u}$$

$$X_{\text{Gnew}} = X_{\text{Gold}} \times \left(\frac{S_{\text{Bnew}}}{S_{\text{Bold}}} \right) \left(\frac{V_{\text{Bold}}}{V_{\text{Bnew}}} \right)^2$$

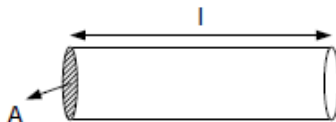
$$X_{\text{Gnew}} = 0.1 \times \left(\frac{100}{100} \right) \left(\frac{6}{6} \right)^2 = 0.1 \text{ p.u}$$

پارامترهای خطوط انتقال

هر خط انتقال دارای چهار پارامتر الکتریکی مقاومت R ، کندوکتانس G ، اندوکتانس L و کاپاسیتانس C است.

مقاومت خطوط انتقال

مقاومت dc هر هادی به صورت زیر تعریف می‌شود. به طوری که R مقاومت بر حسب اهم، ρ مقاومت ویژه هادی، L طول هادی و A سطح مقطع هادی است.



$$R_{dc} = \frac{\rho L}{A}$$

مقاومت ac خط انتقال علاوه بر مشخصات فیزیکی به فرکانس و اثر پیچش نیز بستگی دارد. که سبب بیشتر شدن مقاومت خواهد شد. در جریان ac به دلیل اثر پوستی جریان در هادی یکنواخت نیست و چگالی جریان در سطح هادی مقدار بیشتری را دارد پس مقاومت به اندازه 0.7 درصد تا 10 درصد بیشتر می‌شود. به دلیل پیچشی بودن هادی‌های خط، طول هادی بیشتر می‌شود که سبب بیشتر شدن مقاومت به اندازه 2 تا 5 درصد می‌شود. جریان به دلیل نزدیکی و شار پیوند مغناطیسی به سطح خارجی هادی پراکنده می‌شود.

برای به دست آوردن مقاومت AC خط می‌توان از تقسیم توان تلف شده بر مجذور جریان موثر استفاده کرد.

$$R_{ac} = \frac{\Delta P}{I^2}$$

مقاومت اهمی خط انتقال برای انواع هادی‌های در درجه حرارت‌های مختلف به همراه سایر مشخصات هادی‌ها در جداولی تنظیم می‌شود که در انتهای فصل اول یک نمونه از این جدول‌ها آورده شده است که می‌توان با مراجعه به این جدول مقدار اهم هر مایل خط را بدست آورد.

اندوکتانس خطوط انتقال

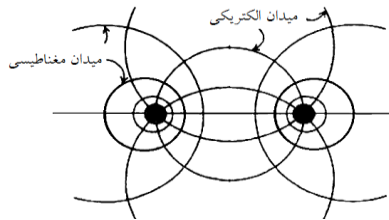
با عبور جریان از یک هادی در اطراف آن میدان مغناطیسی ایجاد می‌شود، با تغییرات جریان شار نیز تغییر می‌کند که سبب القای ولتاژی می‌شود. طبق تعریف اندوکتانس به نسبت کل شار پیوندی λ به جریان I تعریف می‌شود.

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{n \cdot \varphi}{I}$$

اندوکتانس مدار، ولتاژ القا شده ناشی از تغییر فوران را به میزان تغییرات جریان مدار نشان می‌دهد.

$$V = \frac{d\lambda}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \frac{\frac{d\lambda}{dt}}{\frac{dI}{dt}}$$



نکته: برای محاسبه اندوکتانس خطوط انتقال از شکم هادی‌ها صرف نظر می‌شود، طول هادی بی‌نهایت فرض می‌شود، شعاع هادی‌ها در مقایسه با فاصله هادی‌ها بسیار کوچک فرض می‌شود.

مقاومت و اندوکتانس توزیع شده به طور یکنواخت در طول خط امپدانس سری خط را تشکیل می‌دهد.

امپدانس سری خط $Z=R+ jX$

اندوکتانس هر خط علاوه بر جنس هادی ها به نحوه آرایش هادی های خطوط، فاصله هادی ها از هم، تعداد باندل و ... بستگی دارد که در فصل دوم به صورت مفصل نحوه محاسبه اندوکتانس انواع مدارات شرح داده شده است.

کندوکتانس خطوط انتقال

کندوکتانس یا هدایت خط باعث ایجاد جریان ناشی بین هادی ها و بین هادی ها با زمین می شود. این جریان بیشتر جریان ناشی مقره ها می باشد. به دلیل تغییرات زیاد کندوکتانس به دلیل شرایط محیطی و نبود روش مناسبی برای محاسبه آن و نیز اثر کم آن بر روی ادمیتانس موازی در تحلیل سیستم های قدرت از آن صرف نظر می شود.

کاپاسیتانس خطوط انتقال

کاپاسیتانس یا ظرفیت خازنی خط انتقال ناشی از اختلاف پتانسیل بین هادی ها و هادی ها با زمین می باشد. در خطوط انتقال کوتاه (کمتر از ۸۰ Km) کاپاسیتانس خط کم بوده و صرف نظر می شود.

کندوکتانس و ظرفیت خازنی ادمیتانس موازی خط را تشکیل می دهد.

ادمیتانس شنت خط $Y=G+JB$

در محاسبه کاپاسیتانس خطوط همانند اندوکتانس، علاوه بر جنس هادی ها، نحوه آرایش هادی ها، فاصله هادی ها از زمین و ... نیز موثر هستند که در فصل سوم به صورت کامل به محاسبه کاپاسیتانس انواع خطوط پرداخته شده است.

جدول مشخصات الکتریکی هادی‌های ACSR

نام هادی	قطر خارجی inch	$Rdc_{20^{\circ}C} \cdot \Omega / 1000 \text{ ft}$	$Rac_{50^{\circ}C} \cdot \Omega / \text{mi}$	GMR Ds - ft
Waxwing	۰/۶۰۹	۰/۰۶۴۶	۰/۳۸۳۱	۰/۰۱۹۸
Partridge	۰/۶۴۲	۰/۰۶۴۰	۰/۳۷۹۲	۰/۰۲۱۷
Ostrish	۰/۶۸۰	۰/۰۵۶۹	۰/۳۳۷۲	۰/۰۲۲۹
Merlin	۰/۶۸۴	۰/۰۵۱۲	۰/۳۰۳۷	۰/۰۲۲۲
Linnet	۰/۷۲۱	۰/۰۵۰۷	۰/۳۰۰۶	۰/۰۲۴۳
Oriole	۰/۷۴۱	۰/۰۵۰۴	۰/۲۹۸۷	۰/۰۲۵۵
Chickadee	۰/۷۴۳	۰/۰۴۳۳	۰/۲۵۷۲	۰/۰۲۴۱
Ibis	۰/۷۸۳	۰/۰۴۳۰	۰/۲۵۵۱	۰/۰۲۶۴
Pelican	۰/۸۱۴	۰/۰۳۶۱	۰/۲۱۴۸	۰/۰۲۶۴
Flicker	۰/۸۴۶	۰/۰۳۵۹	۰/۲۱۳۴	۰/۰۲۸۴
Hawk	۰/۸۵۸	۰/۰۳۵۷	۰/۲۱۲۰	۰/۰۲۸۹
Hen	۰/۸۸۳	۰/۰۳۵۵	۰/۲۱۰۷	۰/۰۳۰۴
Osprey	۰/۸۷۹	۰/۰۳۰۹	۰/۱۸۴۲	۰/۰۲۸۴
Parakeet	۰/۹۱۴	۰/۰۳۰۸	۰/۱۸۳۲	۰/۰۳۰۶
Dove	۰/۹۲۷	۰/۰۳۰۷	۰/۰۸۲۶	۰/۰۳۱۴
Rook	۰/۹۷۷	۰/۰۲۶۹	۰/۱۶۰۳	۰/۰۳۲۷
Grossbeak	۰/۹۹۰	۰/۰۲۶۸	۰/۱۵۹۶	۰/۰۳۳۵
Drake	۱/۱۰۸	۰/۰۲۱۵	۰/۱۲۸۴	۰/۰۳۷۳
Tern	۱/۰۶۳	۰/۰۲۱۷	۰/۱۳۰۲	۰/۰۳۵۲
Rail	۱/۱۶۵	۰/۰۱۸۱	۰/۱۰۹۲	۰/۰۳۸۶
Cardinal	۱/۱۹۶	۰/۰۱۸۰	۰/۱۰۸۲	۰/۰۴۰۲
Ortolan	۱/۲۱۳	۰/۰۱۶۷	۰/۱۰۱۱	۰/۰۴۰۲
Bluejay	۱/۲۵۰	۰/۰۱۵۵	۰/۰۹۴۱	۰/۰۴۱۵
Finch	۱/۲۹۳	۰/۰۱۵۵	۰/۰۹۳۷	۰/۰۴۳۶
Bittern	۱/۳۴۵	۰/۰۱۳۶	۰/۰۸۳۲	۰/۰۴۴۴
Pheasant	۱/۳۸۲	۰/۰۱۳۵	۰/۰۸۲۱	۰/۰۴۶۶
Bobolink	۱/۴۲۷	۰/۰۱۲۱	۰/۰۷۴۶	۰/۰۴۷۰
Plover	۱/۴۶۵	۰/۰۱۲۰	۰/۰۷۳۵	۰/۰۴۹۴
Lapwing	۱/۵۰۲	۰/۰۱۰۹	۰/۰۶۷۸	۰/۰۴۹۸
Falcon	۱/۵۴۵	۰/۰۱۰۸	۰/۰۶۶۷	۰/۰۵۲۳
Bluebird	۱/۷۶۲	۰/۰۰۸۰	۰/۰۵۱۵	۰/۰۵۸۶



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

فصل دوم

اندوکتانس خطوط انتقال

اندوکتانس

اندوکتانس یک خط انتقال برابر فوران در برگیرنده آن به ازای جریان یک آمپر است.

$$L = \frac{\lambda}{I}$$

اندوکتانس را می‌توان نسبت ولتاژ القا شده (ناشی از تغییرات جریان) به آهنگ تغییرات جریان تعریف کرد.

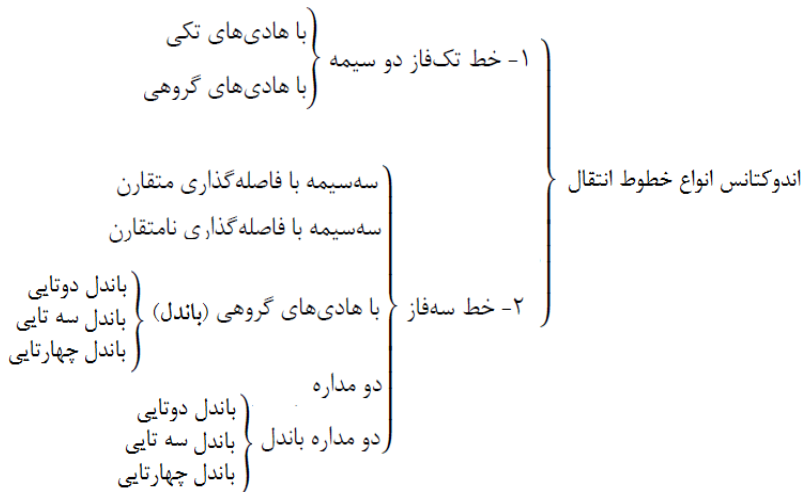
$$e = \frac{d\lambda}{dt}$$

$$e = \frac{d(L.I)}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = L \frac{dI}{dt}$$

$$L = \frac{\frac{d\lambda}{dt}}{\frac{dI}{dt}}$$

اندوکتانس انواع خطوط انتقال الکتریکی



اندوکتانس ناشی از فوران یک هادی

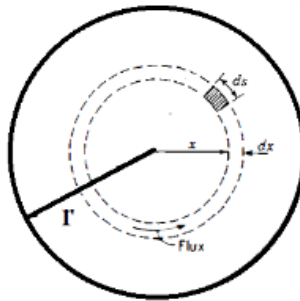
به دلیل اینکه میدان مغناطیسی در داخل هادی نیز وجود دارد، تغییر خطوط فوران داخل هادی نیز در تولید ولتاژ القایی و بنابراین اندوکتانس مدار سهم خواهد داشت. بنابراین اندوکتانس کل هادی از مجموع اندوکتانس داخلی خارجی به دست می‌آید.

الف: اندوکتانس داخلی یک هادی به شعاع r

بر اساس قانون آمپر، نیرو محرکه مغناطیسی $emmf$ پیرامون هر مسیر بسته، برابر است با جمع جبری جریان‌هایی که به وسیله مسیر بسته احاطه شده است. بر اساس دیدگاه ریاضیاتی، نیرو محرکه برابر انتگرال خطی مولفه مماس شدت میدان مغناطیسی پیرامون مسیر بسته می‌باشد.

$$mmf = \oint H_x \cdot dx = Ix$$

H_x شدت میدان مغناطیسی در مسیر دایره‌ای به شعاع x است و چون ثابت و مولفه شعاعی ندارد، لذا با توجه به مسیر انتگرال گیری داریم:



$$mmf = \oint H_x \cdot dx = Ix$$

$$H_x \cdot 2\pi x = Ix$$

$$H_x = \frac{Ix}{2\pi x}$$

$$Ix = I \times \frac{\pi x^2}{\pi r^2} = I \times \frac{x^2}{r^2}$$

I عبوری از کل هادی و I_x جریان عبوری از قسمت x که به نسبت مساحت تقسیم می‌شود.

$$B_x = \mu \cdot H_x = \mu r \cdot \mu_o \cdot H_x$$

$$\mu r = 1$$

$$B_x = \mu_o \cdot H_x$$

$$B_x = \frac{\mu_o \cdot x I}{2 \pi r^2}$$

$$d\phi = B \, dA$$

$$d\phi = \frac{\mu_o \cdot x I}{2 \pi r^2} \, dx \times 1$$

$$d\lambda = N \, d\phi$$

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \, d\phi$$

$$d\lambda = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} \times \frac{\mu_o \cdot x I}{2 \pi r^2} \, dx$$

$$d\lambda = \frac{\mu_o \cdot x^3 I}{2 \pi r^2} \, dx$$

با انتگرال گیری از $d\lambda$ مقدار شار- دور کل هادی بدست می‌آید.

$$\lambda = \int_0^r d\lambda = \int_0^r \frac{\mu_o \cdot x^3 I}{2 \pi r^2} \, dx$$

$$\lambda = \frac{\mu_o}{4 \pi} I$$

$$\mu_o = 4 \pi \times 10^{-7}$$

$$\lambda = \frac{4 \pi \times 10^{-7}}{4 \pi} I$$

$$\lambda = 10^{-7} I$$

$$\lambda = L \cdot I$$

$$L_{int} = 10^{-7} I$$

$$L_{int} = 2 \times 10^{-7} L \ln \frac{1}{e^{-\frac{1}{2}}} = 2 \times 10^{-7} L \ln \frac{1}{e^{-\frac{1}{2}}}$$

ب: اندوکتانس خارجی یک هادی به شعاع r

$$L_{\text{ext}} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r}$$

اندوکتانس هادی از مجموع اندوکتانس داخلی و خارجی بدست می‌آید.

$$L = L_{\text{int}} + L_{\text{ext}} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1}{e^{-\frac{1}{4}}} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r}$$

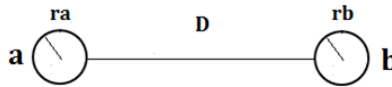
$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{re^{-\frac{1}{4}}}$$

$$r' = re^{-\frac{1}{4}} = 0.7788r$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

نکته: r' شعاع متوسط هندسی (GMR) خودی هادی تعریف می‌شود و برابر شعاع یک هادی معادل توخالی می‌باشد. در صورت توخالی بودن هادی شار دربرگیرنده داخلی نخواهد داشت در نتیجه دارای اندوکتانس داخلی نیز نمی‌باشد. ضریب ۰/۷۷۸۸ که برای تصحیح شعاع در اثر فوران داخلی به کار رفته تنها برای هادی‌های گرد توپر کاربرد دارد.

اندوکتانس خط دوسیمه تکفاز با شعاع های r_a و r_b



اندوکتانس هادی رفت:

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_a'}$$

اندوکتانس هادی برگشت:

$$L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_b'}$$

اندوکتانس کل خط:

$$L = L_a + L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_a'} + 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_b'}$$

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{\sqrt{r_a' \cdot r_b'}}$$

اگر $r_a' = r_b' = r'$

$$L = 4 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r'}$$

مثال: اندوکتانس یک خط انتقال تکفاز که از یک هادی رفت نوپر با شعاع ۶Cm و یک هادی برگشت توپر با شعاع ۴Cm که در فاصله ۲ متری از هم قرار دارند چقدر است؟

حل:

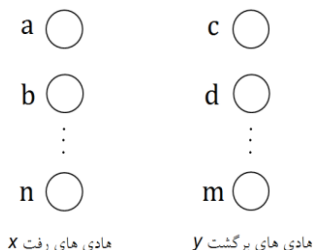
$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_a'}$$

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2}{\sqrt{0.0006 \times 0.0004}} = 7/513 \times 10^{-7}$$

$$L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_b'}$$

$$L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2}{\sqrt{0.0006 \times 0.0004}} = 4/162 \times 10^{-7}$$

$$L = L_a + L_b = 7/513 \times 10^{-7} + 4/162 \times 10^{-7} = 11/675 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$



تعریف GMD^1 : فاصله متوسط هندسی هادی‌های رفت از هادی‌های برگشت

تعریف GMR^2 : شعاع متوسط هندسی هادی‌ها از خودشان

$$L = L_x + L_y$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_x}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_y}$$

$$GMD = GMD_x = GMD_y$$

$$GMD = \sqrt[n \times m]{(D_{ac} D_{ad} \dots D_{am})(D_{bc} D_{bd} \dots D_{bm})(D_{nc} D_{nd} \dots D_{nm})}$$

$$GMR_x = \sqrt[n \times n]{(D_{aa} D_{ab} \dots D_{an})(D_{ba} D_{bb} \dots D_{bn})(D_{na} D_{nb} \dots D_{nn})}$$

$$GMR_y = \sqrt[m \times m]{(D_{cc} D_{cd} \dots D_{cm})(D_{dc} D_{dd} \dots D_{dm})(D_{mc} D_{md} \dots D_{mm})}$$

$$D_{aa} = r_a' = \sqrt[n]{n} r_a$$

$$D_{bb} = r_b' = \sqrt[n]{n} r_b$$

$$D_{nn} = r_n' = \sqrt[n]{n} r_n$$

$$D_{cc} = r_c' = \sqrt[m]{m} r_c$$

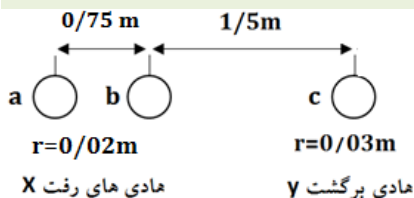
$$D_{dd} = r_d' = \sqrt[m]{m} r_d$$

$$D_{mm} = r_m' = \sqrt[m]{m} r_m$$

¹ Geometric Mean Distance

² Geometric Mean Radius

مثال: اندوکتانس خط انتقال تکفاز زیر که از دو هادی رفت و یک هادی برگشت توپر تشکیل شده است، را محاسبه کنید.



حل:

$$L = L_x + L_y$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}_x}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}_y}$$

$$\text{GMD} = \text{GMD}_x = \text{GMD}_y$$

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{(\text{Dac Dbc})}$$

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{(2/25 \times 1/5)} = 1/837\text{m}$$

$$\text{GMR}_x = \sqrt[3]{(\text{Daa Dab})(\text{Dba Dbb})}$$

$$\text{GMR}_x = \sqrt[3]{(0.7788 \times 0.2 \times 0.75)(0.75 \times 0.7788 \times 0.2)} = 0.10808\text{m}$$

$$\text{GMR}_y = 0.7788 \times 0.3 = 0.23364\text{m}$$

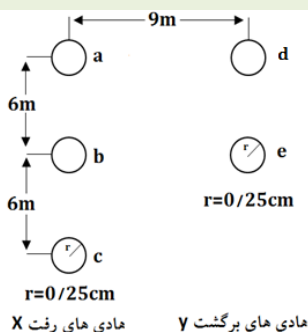
$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1/837}{0.10808} = 5/666 \times 10^{-7} \text{H/m}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{1/837}{0.23364} = 8/729 \times 10^{-7}$$

$$L = L_x + L_y = 5/666 \times 10^{-7} + 8/729 \times 10^{-7}$$

$$L = 14/39 \times 10^{-7} \text{H/m}$$

مثال: در مدار تکفاز زیر مدار رفت دارای سه هادی توپر و مدار برگشت دارای دو هادی توپر است، اندوکتانس خط چقدر است؟



حل:

محاسبه فاصله هادی ها

$$D_{aa} = r_a' = 0.7788 r_a = 0.7788 \times 0.25 \times 10^{-2} = 0.1947 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_{ab} = 6 \text{ m}$$

$$D_{ac} = 12 \text{ m}$$

$$D_{bb} = r_b' = 0.7788 r_b = 0.7788 \times 0.25 \times 10^{-2} = 0.1947 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_{ba} = 6 \text{ m}$$

$$D_{bc} = 6 \text{ m}$$

$$D_{cc} = r_c' = 0.7788 r_c = 0.7788 \times 0.25 \times 10^{-2} = 0.1947 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_{ca} = 12 \text{ m}$$

$$D_{cb} = 6 \text{ m}$$

$$D_{dd} = r_d' = 0.7788 r_d = 0.7788 \times 0.5 \times 10^{-2} = 0.3894 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_{de} = 6 \text{ m}$$

$$D_{ee} = r_e' = 0.7788 r_e = 0.7788 \times 0.5 \times 10^{-2} = 0.3894 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$D_{ed} = 6 \text{ m}$$

$$D_{ad} = 9 \text{ m}$$

$$D_{ae} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{117} \text{ m}$$

$$D_{bd} = \sqrt{9^2 + 6^2} = \sqrt{117}m$$

$$D_{be} = 9m$$

$$D_{cd} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15m$$

$$D_{ce} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117}m$$

$$L = L_x + L_y$$

$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_x}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR_y}$$

$$GMD = GMD_x = GMD_y$$

$$GMD = \sqrt[3]{(D_{ad} D_{ae})(D_{bd} D_{be})(D_{cd} D_{ce})}$$

$$GMD = \sqrt[3]{(9 \times \sqrt{117})(\sqrt{117} \times 9)(15 \times \sqrt{117})}$$

$$GMD = \sqrt[3]{9^2 \times 15 \times 117} = 10.743m$$

فاصله متوسط هادی‌های گروه x از گروه y 10.743 متر است.

$$GMR_x = \sqrt[3]{(D_{aa} D_{ab} D_{ac})(D_{ba} D_{bb} D_{bc})(D_{ca} D_{cb} D_{cc})}$$

$$GMR_x = \sqrt[3]{(0.1947 \times 10^{-2} \times 6 \times 12)(6 \times 0.1947 \times 10^{-2} \times 6)(12 \times 6 \times 0.1947 \times 10^{-2})}$$

$$GMR_x = \sqrt[3]{(0.1947 \times 10^{-2})^3 \times (6)^2 \times (12)^2} = 0.481m$$

$$GMR_y = \sqrt[3]{(D_{dd} D_{de})(D_{ee} D_{ed})}$$

$$GMR_y = \sqrt[3]{(0.3894 \times 10^{-2} \times 6)(0.3894 \times 10^{-2} \times 6)}$$

$$GMR_y = \sqrt[3]{0.3894 \times 10^{-2} \times 6} = 0.153$$

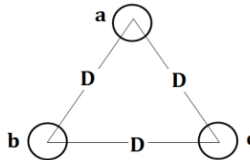
$$L_x = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10.743}{0.481} = 6/2 \times 10^{-7}$$

$$L_y = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{10.743}{0.153} = 8/5 \times 10^{-7}$$

$$L = L_x + L_y = 6/2 \times 10^{-7} + 8/5 \times 10^{-7} = 14/7 \times 10^{-7} H/m$$

اندوکتانس سه فاز با فواصل مساوی

اندوکتانس یک خط سه فاز با سه هادی که با شعاع r در رئوس یک مثلث متساوی الاضلاع قرار گرفته اند به صورت زیر بدست می آید. چنانچه فرض شود که جریان ها متعادل و مجموع آن ها صفر است پس سیستم سیم خنثی ندارد. فوران در برگیرنده هادی a به صورت زیر محاسبه می شود.



$$\lambda_a = L_{aa}I_a + L_{ab}I_b + L_{ac}I_c$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} (I_a \ln \frac{1}{r_a} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D})$$

$$I_b + I_c = -I_a$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} (I_a \ln \frac{1}{r_a} - I_a \ln \frac{1}{D})$$

$$\lambda_a = 2 \times 10^{-7} I_a \ln \frac{D}{r_a}$$

$$L_a = \frac{\lambda_a}{I_a}$$

$$L_a = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{r_a}$$

اندوکتانس هر سه فاز با هم برابرند

$$L = L_a = L_b = L_c$$

برای راحتی می توان رابطه کلی اندوکتانس در خطوط انتقال انرژی الکتریکی را به

صورت $(L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR})$ تعریف کرد و با توجه به نوع مدار مقادیر GMD و

GMR را محاسبه کرد.

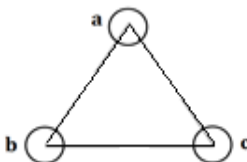
$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = D$$

$$GMR = r' = 0.7788r$$

نکته: در رابطه خط سه فازه اگر هر فاز به صورت هادی رشته‌ای باشد به جای r' از Ds استفاده می‌شود.

مثال: در خط انتقال سه فاز زیر هادی‌ها از نوع Bittern با $Ds = 0.44 \text{ ft}$ می‌باشد، در صورتی که فاصله هادی‌ها از یکدیگر 30 cm باشد، اندوکتانس هر فاز چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = 0.3 \text{ m}$$

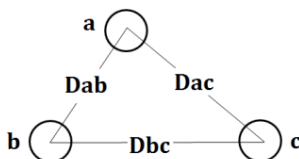
$$GMR_{\text{Bittern}} = Ds$$

$$GMR = 0.44 \text{ ft}$$

$$GMR = 0.44 \times 0.3048 = 0.1341 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{0.3}{0.1341} = 1.61 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

اندوکتانس خطوط سه فاز با فواصل نامساوی



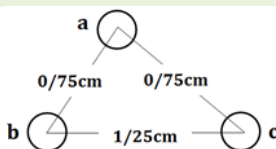
$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = D_s$$

GMR از جدول مشخصات هادی‌های ACSR بدست می‌آید.

مثال: در خط انتقال سه فاز زیر هادی‌ها از نوع Hawk می‌باشد، اندوکتانس هر فاز چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{0.75 \times 0.75 \times 1.25} = 0.889 \text{ m}$$

$$GMR_{Hawk} = D_s$$

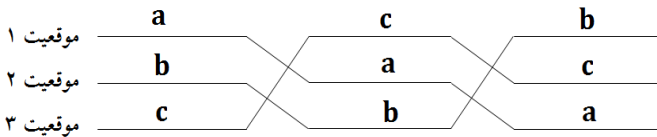
$$GMR = 0.289 \text{ ft}$$

$$GMR = 0.289 \times 0.3048 = 0.088 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{0.889}{0.088} = 9.23 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

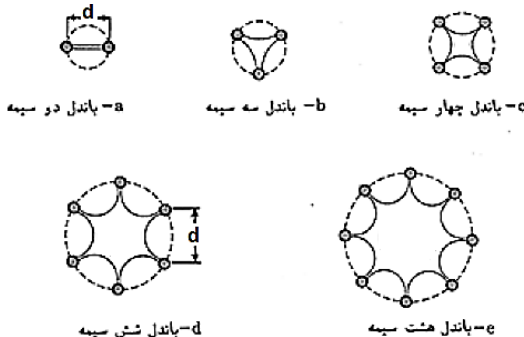
ترانسپوزه کردن

اگر فواصل هادی‌ها یکسان نباشد اندوکتانس فازها برابر نیستند و سیستم نامتقارن می‌شود. یکی از روش‌های متقارن کردن یک خط انتقال سه فازه جابه‌جایی فازها یا ترانسپوزه^۱ کردن می‌باشد. با جابه‌جایی فازها، اندوکتانس فازها در یک سیکل کامل جابه‌جایی برابر هم می‌شوند.



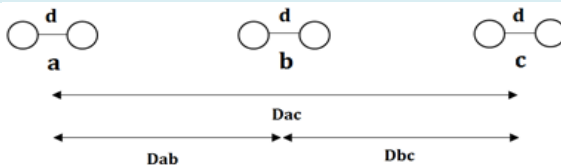
اندوکتانس خطوط سه فاز باندل

در خطوط انتقال فوق فشارقوی به دلیل وجود گرادیان ولتاژ در سطح هادی هوای اطراف یونیزه شده و تخلیه جزئی انرژی الکتریکی را سبب می‌شود به این پدیده کرونا می‌گویند. کرونا سبب ایجاد تلفات کرونا و تداخل در سیستم‌های مخابراتی می‌گردد. عوامل مختلفی از جمله سطح ولتاژ، شکل و قطر رسانا، ناهمواری های سطح رسانا، گرد و خاک و قطرات آب و یخ سبب ایجاد گرادیان سطحی هادی و ایجاد کرونا می‌شود، برای کاهش تلفات کرونا موثر هادی‌ها را به وسیله باندل کردن افزایش می‌دهند.



^۱ Transposition

۱- اندوکتانس خطوط باندل دوتایی

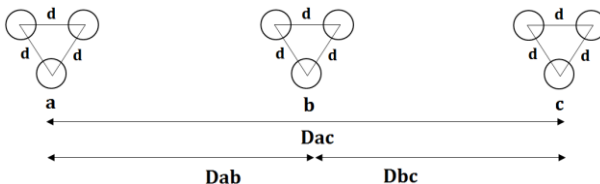


$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDB = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMRB = \sqrt[3]{GMR \times d}$$

۲- اندوکتانس خطوط باندل سه تایی

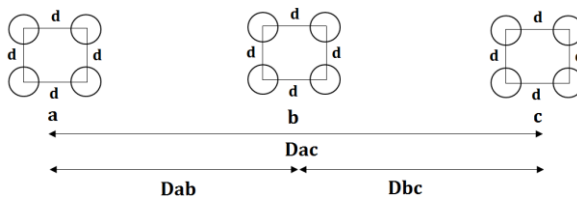


$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDB = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMRB = \sqrt[3]{GMR \times d^2}$$

۳- اندوکتانس خطوط باندل چهار تایی

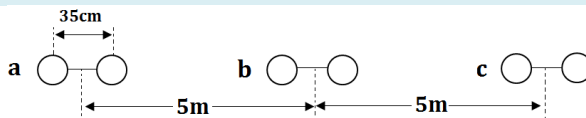


$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDB = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMRB = 1/0.9 \sqrt[4]{GMR \times d^3}$$

مثال: در یک خط انتقال سه فاز از باندل‌های دو رشته‌ای در هر فاز استفاده شده است. نوع هادی‌ها Pheasant بوده و فاصله دو رشته مجاور $d=35\text{cm}$ است. اندوکتانس هر فاز چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 10} = 6.3 \text{ m}$$

$$GMR = \sqrt[3]{GMR \times d}$$

$$GMR_{\text{Pheasant}} = 0.466 \times 0.3048 = 0.142 \text{ m}$$

$$GMR = \sqrt[3]{0.142 \times 0.35} = 0.07 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6.3}{0.07} = 9 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

اندوکتانس خطوط سه فاز دو مداره (پارالل)^۱



$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMD_{ab} GMD_{ac} GMD_{bc}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[3]{D_{ac} D_{ac'} D_{a'c} D_{a'c'}}$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[3]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMR_a GMR_b GMR_c}$$

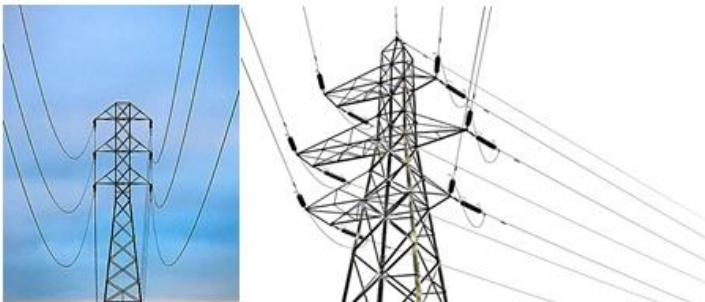
$$GMR_a = \sqrt{GMR_{daa'}}$$

$$GMR_b = \sqrt{GMR_{dbb'}}$$

$$GMR_c = \sqrt{GMR_{dcc'}}$$

نکته: می‌توان از اثر القاء متقابل بین هادی‌های دو مدار صرف نظر کرد و اندوکتانس

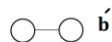
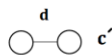
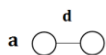
یک مدار را حساب کرد و حاصل را بر ۲ تقسیم کرد. خطای این حالت در حد چند درصد است.



^۱ Parallel

اندوکتانس خطوط انتقال دو مداره با هادی‌های بانند شده

۱- اندوکتانس خطوط دو مداره بانند دوتایی



$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMDab \ GMDac \ GMDbc}$$

$$GMDab = \sqrt[4]{Dab \ Dab' \ Da'b \ Da'b'}$$

$$GMDac = \sqrt[4]{Dac \ Dac' \ Da'c \ Da'c'}$$

$$GMDbc = \sqrt[4]{Dbc \ Dbc' \ Db'c \ Db'c'}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMRa \ GMRb \ GMRc}$$

$$GMRa = \sqrt{GMRB \ daa'}$$

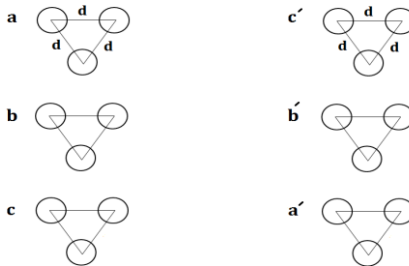
$$GMRb = \sqrt{GMRB \ dbb'}$$

$$GMRc = \sqrt{GMRB \ dcc'}$$

$$GMRB = \sqrt[3]{GMR \times d}$$



۲- اندوکتانس خطوط دومداره باندل سه تایی



$$L = \gamma \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMDab \ GMDac \ GMDbc'}$$

$$GMDab = \sqrt[3]{Dab \ Dab' \ Da'b \ Da'b'}$$

$$GMDac = \sqrt[3]{Dac \ Dac' \ Da'c \ Da'c'}$$

$$GMDbc = \sqrt[3]{Dbc \ Dbc' \ Db'c \ Db'c'}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMRa \ GMRb \ GMRc}$$

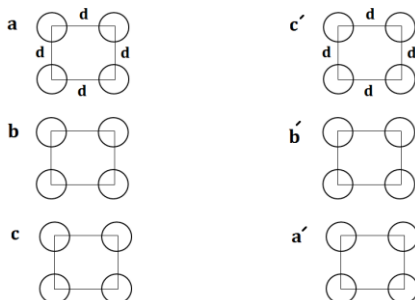
$$GMRa = \sqrt{GMRB \ daa'}$$

$$GMRb = \sqrt{GMRB \ dbb'}$$

$$GMRc = \sqrt{GMRB \ dcc'}$$

$$GMRB = \sqrt[3]{GMR \times d^2}$$

۳- اندوکتانس خطوط دومداره باندل چهارتایی



$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMDab \ GMDac \ GMDbc}$$

$$GMDab = \sqrt[4]{Dab \ Dab' \ Da'b \ Da'b'}$$

$$GMDac = \sqrt[4]{Dac \ Dac' \ Da'c \ Da'c'}$$

$$GMDbc = \sqrt[4]{Dbc \ Dbc' \ Db'c \ Db'c'}$$

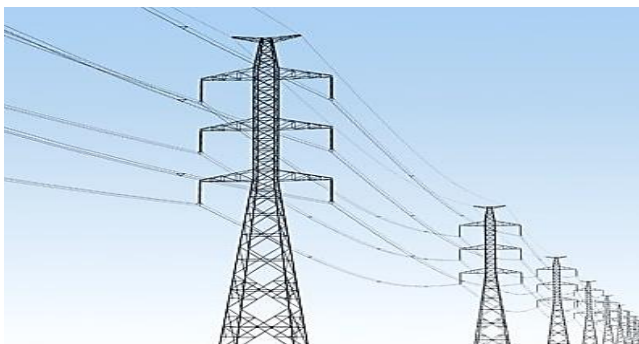
$$GMRP = \sqrt[3]{GMRa \ GMRb \ GMRc}$$

$$GMRa = \sqrt{GMRB \ daa'}$$

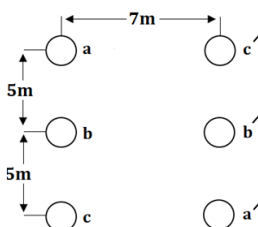
$$GMRb = \sqrt{GMRB \ dbb'}$$

$$GMRc = \sqrt{GMRB \ dcc'}$$

$$GMRB = 1/0.9 \sqrt[4]{GMR \times d^3}$$



مثال: اندوکتانس خط سه فاز دو مداره زیر با هادی‌های از نوع Drake چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMD_{ab} GMD_{ac} GMD_{bc}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[4]{5 \times \sqrt{74} \times \sqrt{74} \times 5} = 6.56 \text{ ft}$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[4]{D_{ac} D_{ac'} D_{a'c} D_{a'c'}}$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[4]{10 \times 7 \times 7 \times 10} = 8.37 \text{ ft}$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[4]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[4]{5 \times \sqrt{74} \times \sqrt{74} \times 5} = 6.56 \text{ ft}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{6.56 \times 8.37 \times 6.56} = 7.11 \text{ m}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMR_a GMR_b GMR_c}$$

$$GMR_{Drake} = 0.373 \times 0.3048 = 0.1137 \text{ m}$$

$$GMR_a = \sqrt{GMR_{daa'}}$$

$$GMR_a = \sqrt{0.1137 \times \sqrt{149}} = 0.3725 \text{ m}$$

$$GMR_b = \sqrt{GMR_{dbb'}}$$

$$GMR_b = \sqrt{0.1137 \times 7} = 0.2821 \text{ m}$$

$$GMR_c = \sqrt{GMR_{ccc'}}$$

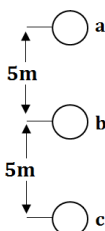
$$GMR_c = \sqrt{0.1137 \times \sqrt{149}} = 0.3725 \text{ m}$$

$$GMR_P = \sqrt[3]{0.3725 \times 0.2821 \times 0.3725} = 0.3395 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{7/115}{0.3395} = 6/0.85 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

روش دوم: از اثر القای متقابل صرف نظر می‌شود، اندوکتانس یک خط را محاسبه کرده و مقدار را نصف می‌شود.

مدار تبدیل به یک مدار سه فاز نامتقارن می‌شود.



$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

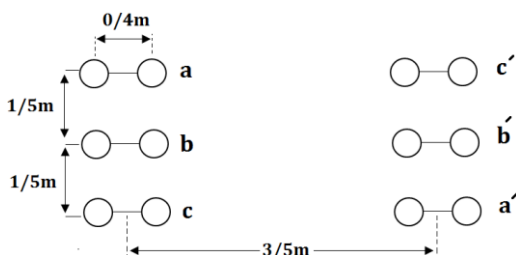
$$GMD = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 10} = 6/3 \text{ m}$$

$$GMR_{Drake} = 0.373 \times 0.3048 = 0.1137 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{6/3}{0.1137} = 12/634 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$LP = \frac{12/634 \times 10^{-7}}{2} = 6/317 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

مثال: اندوکتانس خط سه فاز دو مداره زیر با هادی های از نوع Hawk چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMD_{ab} GMD_{ac} GMD_{bc}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[4]{1/5 \times \sqrt{14/5} \times \sqrt{14/5} \times 1/5} = 2/39m$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[4]{D_{ac} D_{ac'} D_{a'c} D_{a'c'}}$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[4]{3 \times 3/5 \times 3/5 \times 3} = 3/24m$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[4]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[4]{1/5 \times \sqrt{14/5} \times \sqrt{14/5} \times 1/5} = 2/39m$$

$$GMDP = \sqrt[3]{2/39 \times 3/24 \times 2/39} = 2/645m$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMR_a GMR_b GMR_c}$$

$$GMRB = \sqrt{GMR.d}$$

$$GMR_{Hawk} = 0.289 \times 0.3048 = 0.088m$$

$$GMRB = \sqrt{0.088 \times 0.3} = 0.0514m$$

$$GMR_a = \sqrt{GMRB daa'}$$

$$GMR_a = \sqrt{0.0514 \times \sqrt{21/25}} = 0.487m$$

$$GMRb = \sqrt{GMRB \text{ dbb'}}$$

$$GMRb = \sqrt{0/0.51 \times 3/5} = 0/42 \text{ m}$$

$$GMRc = \sqrt{GMRB \text{ dcc'}}$$

$$GMRc = \sqrt{0/0.51 \times \sqrt{21/5}} = 0/48 \text{ m}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{0/48 \times 0/42 \times 0/48} = 0/46 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{2/645}{0/46} = 3/47 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

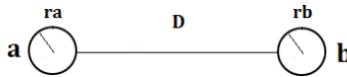
فصل سوم

کاپاسیتانس خطوط انتقال

کاپاسیتانس خطوط انتقال

ظرفیت خازنی خط انتقال ناشی از اختلاف پتانسیل بین هادی‌ها و همچنین هادی‌ها با زمین است که باعث می‌شود هادی‌ها مانند صفحات خازن باردار شوند و مقدار ظرفیت خازنی خط، میزان بار الکتریکی به ازای اختلاف پتانسیل می‌باشد.

کاپاسیتانس خط دوسیمه تکفاز



$$C_{ab} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

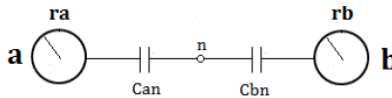
$$GMD = D$$

$$GMR = \sqrt{r_a \cdot r_b}$$

$$r_a = r_b = r \quad \text{اگر}$$

$$GMR = r$$

کاپاسیتانس خط تکفاز نسبت به زمین



$$C_{an} = C_{bn} = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D$$

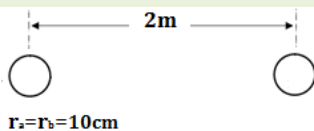
$$GMR = r$$

نکته: در روابط فوق r شعاع واقعی بیرونی است و GMR نمی‌باشد.

نکته: برای هادی‌های رشته‌ای نیز از شعاع r استفاده می‌شود هرچند به دلیل متفاوت بودن میدان پیرامون هادی مفتولی با هادی رشته‌ای مقدار کمی خطا ایجاد می‌شود.

نکته: با توجه به نوع هادی می‌توان قطر آن را از جدول استخراج کرد و سپس شعاع را حساب کرد.

مثال: کاپاسیتانس خط تکفاز زیر که فاصله هادی ها از هم ۲ متر با قطر ۵cm چقدر است؟



حل:

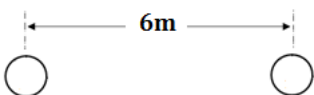
$$C_{ab} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D = 2m$$

$$GMR = r = 0.05m$$

$$C_{ab} = \frac{\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{2}{0.05}} = 7.53 \times 10^{-12} F$$

مثال: کاپاسیتان نسبت به زمین خط تکفاز زیر چقدر است در صورتی که هادی ها از جنس Falcon با قطر خارجی ۱/۵۴۵inch باشد.



حل:

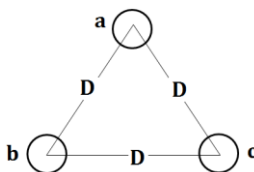
$$C_{an} = \frac{2\pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D = 6m$$

$$GMR = r = \frac{1.045}{2} \times 0.0254 = 0.0131m$$

$$C_{an} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{6}{0.0131}} = 9.714 \times 10^{-12} F/m$$

کاپاسیتانس خط سه فاز با فواصل مساوی

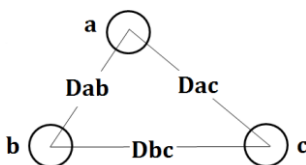


$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D$$

$$GMR = r$$

کاپاسیتانس خط سه فاز با فواصل نامساوی

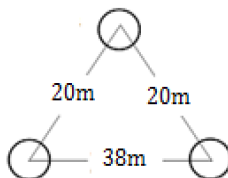


$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = r$$

مثال: در یک مدار سه فازه نامتقارن جنس هادی ها از نوع ACSR Drake می باشد.
اندوکتانس هر فاز و کاپاسیتانس نسبت به زمین چقدر است؟



حل:

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{38 \times 20 \times 20} = 24.8 \text{ m}$$

$$GMR_{Drake} = 0.373 \text{ ft}$$

$$GMR_{Drake} = 0.373 \times 0.3048 = 0.1136 \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{24.8}{0.1136} = 15.377 \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{38 \times 20 \times 20} = 24.8 \text{ m}$$

$$GMR = r$$

$$D_{Drake} = 1/10.8 \text{ in}$$

$$r = \frac{1/10.8}{2} = 0.05 \text{ in}$$

$$r = 0.05 \times 0.0254 = 0.0127 \text{ m}$$

$$C_{an} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{24.8}{0.0127}} = 7.43 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

کاپاسیتانس خطوط باندل

۱- کاپاسیتانس خطوط باندل دوتایی

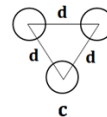
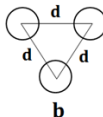
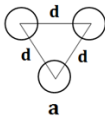


$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = \sqrt[3]{r d}$$

۲- کاپاسیتانس خطوط باندل سه تایی

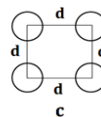
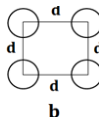
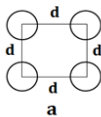


$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = \sqrt[3]{r d^2}$$

۳- کاپاسیتانس خطوط باندل چهار تایی

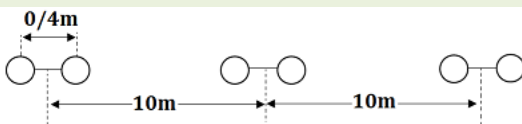


$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = \sqrt[3]{\frac{1}{4} r d^3}$$

مثال: کاپاسیتانس خط سه فاز دو مداره زیر به طول ۱۴۰km چقدر است؟ جنس هادی ها Tern با قطر ۱/۰۶۳ in می باشد.



حل:

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{10 \times 10 \times 20} = 12.6m$$

$$GMR = \sqrt[3]{r d}$$

$$r = \frac{1/0.63}{2} \times 0.0254 = 0.0135m$$

$$GMR = \sqrt[3]{0.0135 \times 0.04} = 0.0234m$$

$$C_{an} = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{12.6}{0.0234}} = 10.8 \times 10^{-12} F/m$$

$$C_{an} = 10.8 \times 10^{-12} \times 140 \times 10^3 = 1512 \mu f$$

کاپاسیتانس خطوط دو مداره (پارالل)



$$C_{an} = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$L = \gamma \times 10^{-9} \ln \frac{GMD}{GMR}$$

$$GMDP = \sqrt[3]{GMD_{ab} GMD_{ac} GMD_{bc}}$$

$$GMD_{ab} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'}}$$

$$GMD_{ac} = \sqrt[3]{D_{ac} D_{ac'} D_{a'c} D_{a'c'}}$$

$$GMD_{bc} = \sqrt[3]{D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'}}$$

$$GMRP = \sqrt[3]{GMR_a GMR_b GMR_c}$$

$$GMR_a = \sqrt{r_{aa'}}$$

$$GMR_b = \sqrt{r_{bb'}}$$

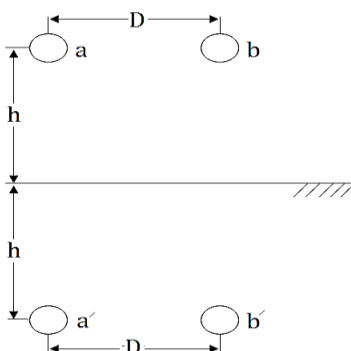
$$GMR_c = \sqrt{r_{cc'}}$$

اثر زمین بر ظرفیت خازنی خط

در نظر گرفتن اثر زمین باعث افزایش کاپاسیتانس خط خواهد شد، در واقع زمین به صورت یک صفحه مسطح رسانای کامل و نامحدود عمل می‌کند که بر میدان الکتریکی هادی‌های باردار تاثیر می‌گذارد.

برای لحاظ کردن اثر زمین در محاسبات از تئوری تصویر استفاده می‌شود، در این حالت به جای زمین، یک هادی باردار مجازی در زیر زمین هم فاصله با سیم هوایی تا سطح زمین قرار می‌دهیم. این هادی باری هم اندازه ولی مخالف بار روی هادی اصلی دارد و هادی تصویر نامیده می‌شود.

۱- کاپاسیتانس خط تک‌فاز با در نظر گرفتن اثر زمین



$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

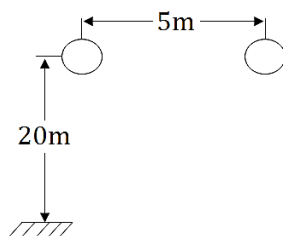
$$C_{ab} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D$$

$$GMR = r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}}$$

h : فاصله هادی از زمین

مثال: کاپاسیتانس یک فاز نسبت به زمین را برای خط تکفاز با هادی های Pheasant را حساب کنید.



حل:

$$C_{an} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR}}$$

$$GMD = D = 5m$$

$$GMR = r \sqrt{1 + \frac{D^2}{4h^2}}$$

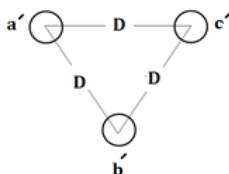
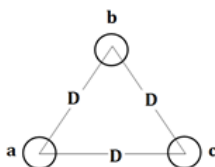
$$r_{Pheasant} = \frac{1/382}{2} = 0.0129 \text{ in}$$

$$r = 0.0129 \times 0.0254 = 0.0017 \text{ m}$$

$$GMR = 0.0017 \times \sqrt{1 + \frac{5^2}{4 \times 20^2}} = 0.00176 \text{ m}$$

$$C = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5}{0.00176}} = 9.852 \times 10^{-12} \text{ F/m}$$

۲- کاپاسیتانس خط سه فاز با فواصل یکسان با در نظر گرفتن اثر زمین



$$C = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR} - \ln \frac{H_m}{H_s}}$$

$$GMD = D$$

$$GMR = r$$

$$H_m = \sqrt[3]{D a b' D a c' D b c'}$$

$$H_s = \sqrt[3]{D a a' D b b' D c c'}$$

۳- کاپاسیتانس خط سه فاز با فواصل غیر یکسان با در نظر گرفتن اثر زمین

$$C = \frac{\gamma \pi \epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR} - \ln \frac{H_m}{H_s}}$$

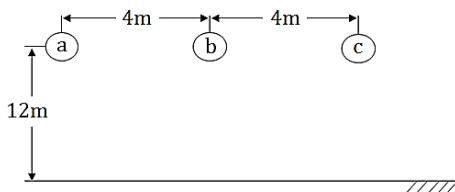
$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMR = r$$

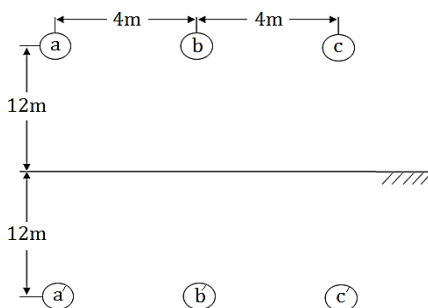
$$H_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$H_s = \sqrt[3]{D_{aa'} D_{bb'} D_{cc'}}$$

مثال: کاپاسیتانس خط سه فازه زیر چقدر است؟ (شعاع هادی‌ها ۰/۰۱۷۵۵cm است)



حل: با استفاده از روش تئوری تصویر هادی‌های a' و b' و c' ترسیم می‌شود و محاسبات انجام می‌شود.



$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{GMD}{GMR} - \ln \frac{H_m}{H_s}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$GMD = \sqrt[3]{4 \times 8 \times 4} = 5.24m$$

$$GMR = r = 0.01755cm$$

$$H_m = \sqrt[3]{D_{ab'} D_{ac'} D_{bc'}}$$

$$H_m = \sqrt[3]{24/33 \times 20/3 \times 24/33} = 24/60m$$

$$H_s = \sqrt[3]{D_{aa'} D_{bb'} D_{cc'}}$$

$$H_s = \sqrt[3]{24 \times 24 \times 24} = 24m$$

$$C = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{5.24}{0.01755} - \ln \frac{24/60}{24}} = 9.871 \times 10^{-12} F/m$$



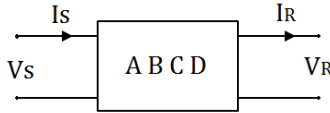
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

فصل چهارم

مدلسازی خطوط انتقال

شبکه‌های دو قطبی خطوط انتقال

خطوط انتقال انرژی الکتریکی را به صورت دو قطبی به صورت زیر نمایش می‌دهند.
 V_S و I_S ولتاژ و جریان ابتدای خط و V_R و I_R ولتاژ و جریان انتهای خط می‌باشد.



پارامترهای عمومی خط به صورت ماتریس زیر بیان می‌شود.

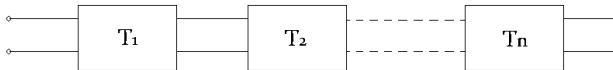
$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

اتصال سری چند خط انتقال

اگر چند خط انتقال را با هم سری کنیم، ماتریس انتقال معادل از ضرب ماتریس‌ها به دست می‌آید.



$$T_t = T_1 \times T_2 \times \dots \times T_n$$

مثال: دو خط با پارامترهای عمومی $(A_1 \ B_1 \ C_1 \ D_1)$ و $(A_2 \ B_2 \ C_2 \ D_2)$ با هم سری شده اند، ماتریس انتقال معادل به چه صورتی است؟

حل:

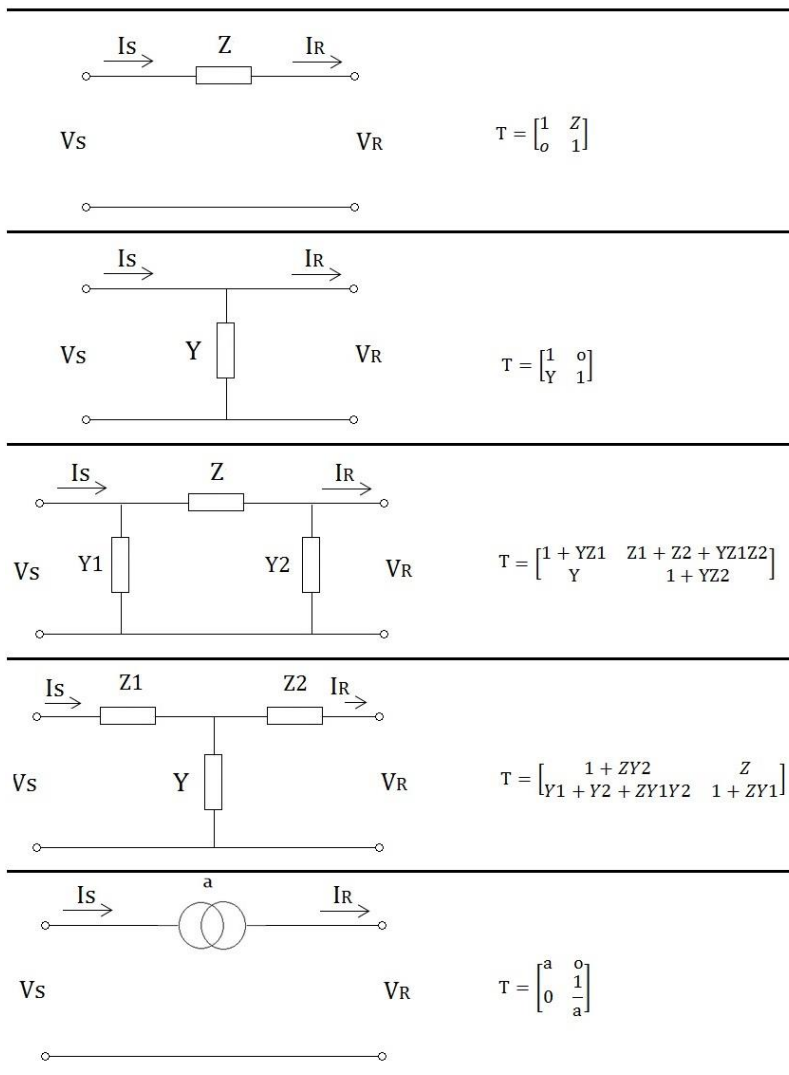
$$T_1 = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$T_t = T_1 \times T_2 = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix}$$

$$T_t = \begin{bmatrix} (A_1 A_2 + B_1 C_2) & (A_1 B_2 + B_1 D_2) \\ (C_1 A_2 + D_1 C_2) & (C_1 B_2 + D_1 D_2) \end{bmatrix}$$

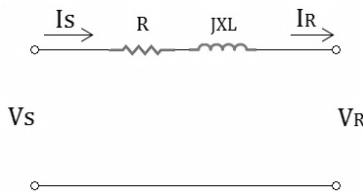
ماتریس انتقال انواع شبکه های دو قطبی



انواع خطوط انتقال

خطوط انتقال کوتاه: خطوط انتقال کمتر از ۸۰ Km (۵۰ مایل)
 خطوط انتقال متوسط: خطوط انتقال بین ۸۰ Km تا ۲۵۰ Km (بین ۵۰ تا ۱۵۰ مایل)
 خطوط انتقال بلند: خطوط انتقال بیش از ۲۵۰ Km (بیش از ۱۵۰ مایل)

مدلسازی خطوط انتقال کوتاه



$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$A=1 \quad B=Z \quad C=0 \quad D=1$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_S = V_R + ZI_R$$

$$I_S = I_R$$

مثال: در یک خط انتقال سه فاز به طول ۵۰ کیلومتر بار انتهایی خط ۱۰۰ MW را در ضریب قدرت ۰/۸ پس فاز و ولتاژ ۱۳۲ KV جذب می نماید. مقاومت و اندوکتانس خط به ترتیب ۰/۳۰۸ Ω/Km و ۰/۹۵ mH/Km هستند ولتاژ ابتدای خط چقدر است؟

حل:

$$R = 0.308 \times 50 = 15.4 \Omega$$

$$L = 0.95 \times 10^{-3} \times 50 = 0.0475 H$$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.0475 = 14.92 \Omega$$

$$Z = R + jX_L = 15.4 + j14.92 \Omega$$

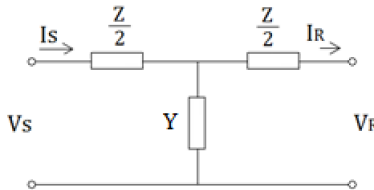
$$I_R = \frac{P}{\sqrt{3} \times V_R \times \cos\phi} = \frac{100 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 132 \times 10^3 \times 0.8} = 546.7 \angle -36.9^\circ A$$

$$V_S = V_R + ZI_R = \frac{132}{\sqrt{3}} + (15.4 + j14.92)546.7 \angle -36.9^\circ = 82.44 \angle 2^\circ KV$$

$$I_S = I_R = 546.7 \angle -36.9^\circ$$

۱-مدل T

در این مدل ادمیتانس شنت خط، در وسط خط به صورت متمرکز در نظر گرفته می شود و امپدانس به دو قسمت تقسیم می شود و در دو طرف مدل قرار می گیرد .

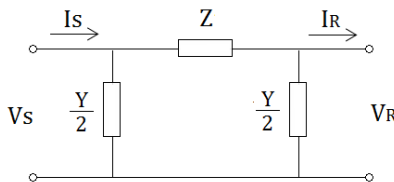


$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{\gamma} & Z(1 + \frac{ZY}{\gamma}) \\ Y & 1 + \frac{ZY}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_s = (1 + \frac{ZY}{\gamma})V_R + Z(1 + \frac{ZY}{\gamma})I_R$$

$$I_s = YV_R + (1 + \frac{ZY}{\gamma})I_R$$

۲-مدل π



$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{\gamma} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{\gamma}) & 1 + \frac{ZY}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_s = (1 + \frac{ZY}{\gamma})V_R + ZI_R$$

$$I_s = Y(1 + \frac{ZY}{\gamma})V_R + (1 + \frac{ZY}{\gamma})I_R$$

مثال: در یک سیستم قدرت سه فاز ترانسپوز شده با امیدانس و ادمیتانس به صورت زیر با طول ۲۰۰ Km و ولتاژ ۳۴KV مفروض است، پارامترهای عمومی خط را بدست آورید.

$$z = ۰/۰.۳۲ + j۰/۳۵ \quad \Omega/\text{Km}$$

$$y = j۴/۲ \times ۱۰^{-۶} \quad \text{S/Km}$$

حل: بر اساس مدل π

$$Z = z.l = (۰/۰.۳۲ + j۰/۳۵) \times ۲۰۰ = ۶/۴ + j۷۰ \Omega$$

$$Y = y.l = j۴/۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۲۰۰ = j۸/۴ \times ۱۰^{-۴} \text{ S}$$

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{۲} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{۴}) & 1 + \frac{ZY}{۲} \end{bmatrix}$$

$$A = D = 1 + \frac{ZY}{۲} = 1 + \frac{(۶/۴ + j۷۰) \times (j۸/۴ \times ۱۰^{-۴})}{۲}$$

$$A = D = ۰/۹۷۰.۶ + j۰/۰.۲۶۹$$

$$B = Z = ۶/۴ + j۷۰$$

$$C = Y \left(1 + \frac{ZY}{۴} \right) = j۸/۴ \times ۱۰^{-۴} \times \left(1 + \frac{(۶/۴ + j۷۰) \times (j۸/۴ \times ۱۰^{-۴})}{۴} \right)$$

$$C = (-۰/۰.۱۱ + j۸/۲۷) \times ۱۰^{-۴}$$

مثال: در یک خط انتقال ۲۳۰KV به طول ۲۰۰ Km جنس هادی‌ها از نوع Hawk می باشد، اگر مقاومت هر فاز ۰/۱۳۲۲Ω/Km باشد و بار انتهایی خط در ضریب قدرت ۰/۸۵ پس فاز با ولتاژ ۲۳۰KV و قدرت ۱۵۰MW را جذب نماید ولتاژ ابتدای خط چقدر است؟ (جنس هادی‌ها Hawk با $\text{GMR} = ۰/۲۸۹\text{ft}$ است)



حل:

$$L = ۲ \times ۱۰^{-۷} \text{Ln} \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}}$$

$$\text{GMD} = \sqrt[۳]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$\text{GMD} = \sqrt[۳]{۴ \times ۴ \times ۸} = ۵/۰.۴ \text{ m}$$

$$\text{GMR}_{\text{Hawk}} = ۰/۲۸۹ \text{ ft}$$

$$\text{GMR} = ۰/۲۸۹ \times ۰/۳۰۴۸ = ۰/۰.۸۸ \text{ m}$$

$$L = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{0.4}{0.088} = 12/7 \times 10^{-7} \text{H/m}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{\text{GMD}}{\text{GMR}}}$$

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{D_{ab} D_{ac} D_{bc}}$$

$$\text{GMD} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 0.4 \text{ft}$$

$$\text{GMR} = r$$

$$D_{\text{Drake}} = 0.85 \text{ in}$$

$$r = \frac{0.85}{2} = 0.425 \text{ in}$$

$$r = 0.425 \times 0.254 = 0.108 \text{ m}$$

$$C = \frac{2\pi \times 8.85 \times 10^{-12}}{\ln \frac{0.4}{0.108}} = 9.4 \times 10^{-12} \text{F/m}$$

$$XL = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 12/7 \times 10^{-7} \times 200 \times 10^3 = 79/8 \Omega$$

$$R_{\text{Drake}} = 0.226 \Omega/\text{mil}$$

$$R = \frac{0.226}{1/6.9} = 0.132 \Omega/\text{Km}$$

$$R = 0.132 \times 200 = 26/35 \Omega$$

$$B = 2\pi fC = 2\pi \times 50 \times 9.4 \times 10^{-12} \times 200 \times 10^3 = 0.68 \times 10^{-4} \text{U}$$

$$Z = R + jXL = 26/35 + j79/8 \Omega$$

$$Y = G + jB = 0 + j0.68 \times 10^{-4} \text{U}$$

$$\cos^{-1} 0.85 = 31/8^\circ$$

$$I_R = \frac{P}{\sqrt{3} \times VR \times \cos\phi} = \frac{150 \times 10^6}{\sqrt{3} \times 230 \times 10^3 \times 0.85} = 443/32 - 31/8 \text{A}$$

بر اساس مدل π

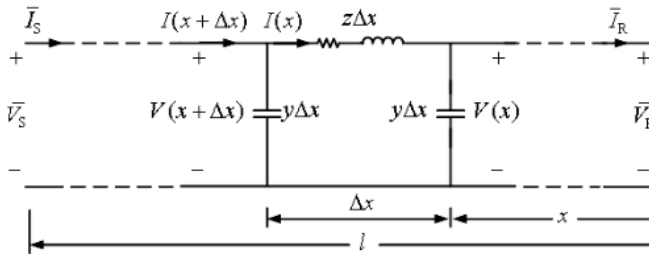
$$V_S = (1 + \frac{ZY}{\gamma})VR + ZIR$$

$$V_S = \left(1 + \frac{(84271/7) \times (0.68 \times 10^{-4} \angle 90^\circ)}{2}\right) \times 132 + 84271/7 \times 443/32 - 31/8$$

$$V_S = 160/2328/92 \text{V}$$

مدل سازی خطوط انتقال بلند

در خطوط انتقال کوتاه و متوسط پارامترهای خط به صورت متمرکز فرض می شود ولی در خطوط انتقال بلند تأثیر پارامترهای گسترده در نظر گرفته می شود تا مدلی دقیق تر ارائه شود.



$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_S = (\cosh \gamma l) V_R + (Z_c \sinh \gamma l) I_R$$

$$I_S = \left(\frac{\sinh \gamma l}{Z_c} \right) V_R + (\cosh \gamma l) I_R$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\gamma = \sqrt{zy}$$

$$ZC = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

γ : ثابت انتشار خط

α : ثابت میرایی (نپر بر واحد طول)

β : ثابت فاز (رادیان بر واحد طول)

ZC : امپدانس مشخصه خط

مثال: در یک خط انتقال به طول ۲۳۰ مایل اگر ادمیتانس موازی خط $10^{-6} \times 10^{-6} S$ و $5/j$ و امپدانس سری آن $0.1603 + j0.8277$ اهم در هر مایل باشد و بار انتهایی خط در ضریب قدرت 0.8 پس فاز با ولتاژ $115KV$ و قدرت $125MW$ را جذب نماید، ثابت انتشار، ثابت میرایی، امپدانس مشخصه و ضرایب عمومی خط را بدست آورید.

حل:

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(0.1603 + j0.8277) \times 5/j \times 10^{-6}}$$

$$\gamma = 1/98 \times 10^{-4} + j2/0.6 \times 10^{-3}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = 1/98 \times 10^{-4}$$

$$\beta = 2/0.6 \times 10^{-3}$$

$$ZC = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{0.1603 + j0.8277}{5/j \times 10^{-6}}} = 4.6 < -5/48$$

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_c \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix}$$

$$\gamma l = (1/98 \times 10^{-4} + j2/0.6 \times 10^{-3}) 230 = 0.0456 + j0.475$$

$$A = D = \cosh \gamma l = \cosh(0.0456 + j0.475)$$

$$\cosh \gamma l = \cosh(0.0456) \cos(0.475) + j \sinh(0.0456) \sin(0.475)$$

$$A = D = 0.89 < 1/34$$

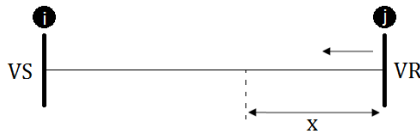
$$B = Z_c \sinh \gamma l = 4.6 < -5/48 \times \sinh(0.0456 + j0.475)$$

$$B = 4.6 < -5/48 (\sinh(0.0456) \cos(0.475) + j \cosh(0.0456) \sin(0.475))$$

$$B = 186/7 < 79/46$$

$$C = \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} = \frac{\sinh(0.0456 + j0.475)}{4.6 < -5/48} = 0.011 < 90/42$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.89 < 1/34 & 186/7 < 79/46 \\ 0.011 < 90/42 & 0.89 < 1/34 \end{bmatrix}$$



فازور ولتاژ در یک خط انتقال به فاصله‌ی x از انتهای خط به صورت زیر است.

$$V(x) = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$V(x) = Ae^{\alpha x}e^{j\beta x} + Be^{-\alpha x}e^{-j\beta x}$$

با تبدیل حوزه فازور به حوزه زمان مقادیر لحظه‌ای ولتاژ بر حسب تابع‌ای از زمان t و مکان x به صورت زیر است.

$$V(t, x) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ae^{\alpha x}e^{j(\omega t + \beta x)}) + \sqrt{2} \operatorname{Re}(Be^{-\alpha x}e^{j(\omega t - \beta x)})$$

با افزایش x (دور شدن از انتهای خط) جمله اول به علت وجود $e^{\alpha x}$ افزایش می‌یابد که موج رفت نامیده می‌شود و جمله دوم به علت وجود $e^{-\alpha x}$ کاهش می‌یابد که موج برگشت نامیده می‌شود. برای هر نقطه از خط ولتاژ از مجموع این دو ولتاژ بدست می‌آید.
موج رفت :

$$V_1 = \sqrt{2}Ae^{\alpha x}\cos(\omega t + \beta x)$$

موج برگشت :

$$V_2 = \sqrt{2}Be^{\alpha x}\cos(\omega t - \beta x)$$

سرعت انتشار امواج :

$$V = \frac{dx}{dt}$$

$$V = \frac{\omega}{\beta}$$

طول موج :

$$\lambda = \frac{V}{f}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

اگر از تلفات خط صرف نظر شود.

$$R = G = 0$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(R + jXL)(G + jBc)}$$

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{jXL jB} = \sqrt{jL\omega jC\omega}$$

$$\gamma = j\omega\sqrt{L.C}$$

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$$\alpha = 0$$

$$\gamma = j\beta$$

$$\sqrt{L.C} = \sqrt{\frac{\mu_0}{j\pi} \ln \frac{D}{r} \times \frac{j\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{r}}} = \sqrt{\mu_0.\epsilon_0} = \sqrt{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1}{36\pi \times 10^9}}$$

$$\sqrt{L.C} = \sqrt{\frac{1}{9 \times 10^{16}}} = \frac{1}{3 \times 10^8} = 0.333 \times 10^{-8}$$

$$j\beta = j\omega\sqrt{L.C}$$

$$\beta = \omega\sqrt{L.C}$$

$$ZC = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0.\epsilon_0}} = \frac{1}{3/333 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{1}{f\sqrt{L.C}}$$

$$\beta = \omega\sqrt{L.C} = 2\pi f\sqrt{\mu_0.\epsilon_0}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{\mu_0.\epsilon_0}}$$

مثال: یک خط انتقال سه فاز به طول ۳۰۰ Km و ولتاژ ۵۰۰ KV و فرکانس ۶۰ Hz مفروض است اندوکتانس خط ۰/۹۷ mH/Km در هر فاز و ظرفیت خازنی هر فاز آن ۰/۱۱۵ μf/Km می باشد. مقادیر ثابت فاز β، طول الکتریکی خط θ، امپدانس مشخصه ZC، سرعت انتشار V و طول موج λ را محاسبه کنید.

حل:

$$\begin{aligned}\beta &= \omega \sqrt{L.C} = 2\pi \times 60 \sqrt{0.97 \times 10^{-3} \times 0.115 \times 10^{-6}} \\ \beta &= 0.001259 \text{ Rad/Km} \\ ZC &= \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.97 \times 10^{-3}}{0.115 \times 10^{-6}}} = 290.43 \Omega \\ V &= \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \frac{1}{\sqrt{0.97 \times 10^{-3} \times 0.115 \times 10^{-6}}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \\ \lambda &= \frac{V}{f} = \frac{3 \times 10^8}{60} = 5000 \text{ Km} \\ \theta &= \beta l = 0.001259 \times 300 = 0.377 \text{ Rad} \\ \theta &= 0.377 \times \frac{180}{\pi} = 21.5 \text{ Deg}\end{aligned}$$

بارگذاری امپدانس موجی^۱ SIL

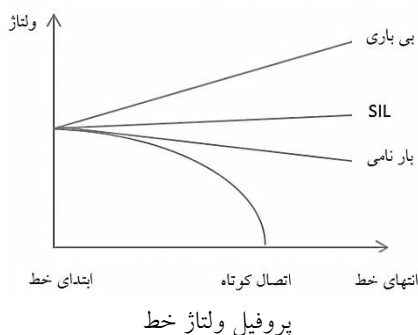
اگر در انتهای یک خط بدون تلفات یک بار با امپدانس برابر امپدانس موجی ZC قرار گیرد. اندازه ولتاژ و جریان در هر نقطه از خط ثابت بوده (در تمام طول خط ثابت است) از آنجایی که ZC فاقد مؤلفه راکتیو است توان راکتیو در خط نیز وجود ندارد. به میزان توانی که خط انتقال در این حالت به مقاومت بار منتقل می کند بار امپدانس موجی می گویند که با SIL نشان داده می شود و از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$SIL = \frac{VLL^2}{ZC}$$

^۱ Surge Impedance Loading

در هنگام بارگذاری امپدانس موجی امپدانس دیده شده در تمام نقاط خط برابر Z_C است، راندمان خط 100% و ضریب توان 1 است.

در بارهای کمتر از SIL ولتاژ انتهای خط از ولتاژ ابتدای خط بیشتر می شود و در بارهای بیشتر از بار نامی ولتاژ انتهای خط از ولتاژ ابتدای خط کمتر می شود.



مثال: در یک خط انتقال بلند به طول 417 Km با ظرفیت خازنی 10 nF/Km و اندوکتانس $1/6\text{ mH/Km}$ باری به اندازه ی امپدانس موجی را تغذیه می کند اگر ولتاژ ابتدای خط $400\angle 30^\circ$ باشد بار طبیعی خط چقدر است؟

حل:

$$SIL = \frac{VLL^2}{Z_C}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1/6 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}} = 400\Omega$$

$$SIL = \frac{400^2}{400} = 400\text{ MW}$$

مثال: یک خط انتقال بدون تلفات ۱۰۰KV دارای SIL=۲۰۰MW می باشد مقدار اندوکتانس چقدر است؟

حل:

$$SIL = \frac{VLL^2}{ZC}$$

$$ZC = \frac{V^2}{S} = \frac{100^2}{200} = 50 \Omega$$

$$ZC = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$ZC^2 = \frac{L}{C}$$

$$L = 2500 C$$

$$\frac{1}{L \cdot C} = 9 \times 10^{-16}$$

$$C = \frac{1}{9 \times 10^{-16} \times L}$$

$$L = 2500 \times \frac{1}{9 \times 10^{-16} \times L}$$

$$L^2 = \frac{2500}{9 \times 10^{-16}}$$

$$L = \frac{5}{3} \times 10^{-7} H/m$$

حالت بی باری خط انتقال بلند

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & jZ_c \sinh \gamma l \\ j \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_s = (\cosh \gamma l) V_R + (jZ_c \sinh \gamma l) I_R$$

$$I_s = (j \frac{\sinh \gamma l}{Z_c}) V_R + (\cosh \gamma l) I_R$$

در حالت بی باری خط انتقال $I_R = 0$ است.

$$V_s = \cosh \gamma l V_R$$

$$I_s = j \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} V_R$$

نکته: اگر از تلفات خط صرف نظر شود $\beta = \gamma$

جریان شارژ خازنی خط

به جریان عبوری از خط در حالت بی‌باری جریان شارژ خازنی خط می‌گویند زیرا این جریان توسط ظرفیت خازنی خط کشیده می‌شود به همین دلیل ۹۰ درجه از ولتاژ ابتدای خط جلوتر است.

در رابطه IS_{NL} اگر به جای VR از معادل آن استفاده کنیم جریان شارژ خازنی بر حسب V_s بدست می‌آید.

$$VR = \frac{VS}{\cos \gamma l}$$
$$I_s = j \frac{\sin \gamma l}{Z_c} \times \frac{VS}{\cos \gamma l}$$
$$I_s = j \frac{VS}{Z_c} \tanh \gamma l$$

اثر فرانتی

در حالت بی‌باری ولتاژ انتهای خط بیشتر از ولتاژ ابتدای خط می‌شود که به آن اثر فرانتی می‌گویند.

حالت اتصال کوتاه خط انتقال بلند

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & jZ_c \sinh \gamma l \\ j \frac{\sinh \gamma l}{Z_c} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_s = (\cosh \gamma l) V_R + (jZ_c \sinh \gamma l) I_R$$

$$I_s = (j \frac{\sinh \gamma l}{Z_c}) V_R + (\cosh \gamma l) I_R$$

در حالت اتصال کوتاه $V_R=0$

$$V_s = jZ_c \sinh \gamma l I_R$$

$$I_s = \cosh \gamma l I_R$$

اگر در معادله I_s به جای I_R معادل آن را قرار گیرد، I_s بر حسب V_s بدست می آید.

$$I_R = \frac{V_s}{jZ_c \sinh \gamma l}$$

$$I_s = \cosh \gamma l \times \frac{V_s}{jZ_c \sinh \gamma l}$$

$$I_s = \frac{V_s}{jZ_c \tanh \gamma l}$$

در خط بدون تلفات $\beta = \gamma$

$$I_s = \frac{V_s}{jZ_c \tanh \beta l}$$

نکته: امپدانس حالت اتصال کوتاه Z_{sc} و امپدانس حالت مدار باز Z_{oc} است. امپدانس مشخصه خط Z_c بر حسب Z_{sc} و Z_{oc} به صورت می باشد.

$$Z_c = \sqrt{Z_{oc} Z_{sc}}$$

حالت بی‌باری و اتصال کوتاه خط انتقال کوتاه و متوسط

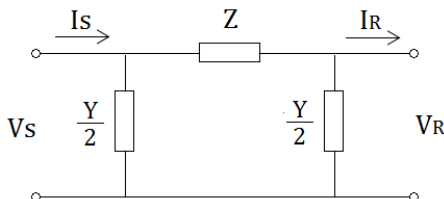
در خط انتقال کوتاه و متوسط در حالت اتصال کوتاه در معادلات $V_R=0$ و در حالت بی‌باری $I_R=0$ جایگذاری می‌شود.

نکته: در محاسبات جریان عبوری از خط (I_s) در حالت بی‌باری و بارداری را نسبت به V_s می‌خواهند.

مثال: یک خط انتقال با مدل π به صورت زیر در حالت اتصال کوتاه جریان ابتدای خط

چقدر است؟

حل:



$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{2}) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$V_S = (1 + \frac{ZY}{2})V_R + ZI_R$$

$$I_S = Y(1 + \frac{ZY}{2})V_R + (1 + \frac{ZY}{2})I_R$$

$$V_R = 0$$

$$I_S = (1 + \frac{ZY}{2})I_R$$

برای اینکه I_S بر حسب V_S بدست آید می توان I_R را از معادله V_S بدست آورد و در

معادله I_S قرار داد.

$$V_S = ZI_R$$

$$I_S = (1 + \frac{ZY}{2})I_R$$

$$I_S = (1 + \frac{ZY}{2}) \times \frac{V_S}{Z}$$

جبران سازی خطوط انتقال

همانطور که گفته شد در صورتی که یک خط انتقال با امپدانس موجی ZC بارگذاری شود توان راکتیو ورودی و خروجی صفر و منحنی ولتاژ در طول خط مسطح می‌گردد. در بارهای بیشتر از SIL ولتاژ انتهای خط کاهش می‌یابد و در بارهای کمتر از SIL ولتاژ افزایش می‌یابد. استفاده از جبران کننده‌های سری و موازی سبب بهبود پروفیل ولتاژ می‌شوند.

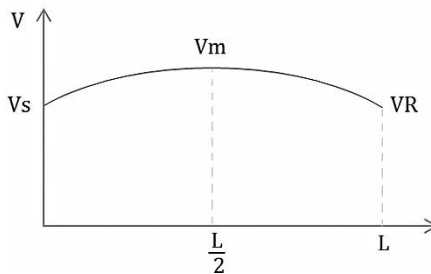
۱- راکتور موازی

برای کاهش ولتاژ در صورت بی‌باری یا کم‌باری خط، از راکتور موازی استفاده می‌شود. این راکتور در انتهای خط نصب می‌شود و مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$X_{sh} = ZC \frac{\sin \beta l}{1 - \cos \beta l}$$

بیشترین ولتاژ در وسط خط ($x=L/2$) اتفاق می‌افتد که از رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$V_m = \frac{V_R}{\cos \frac{\beta l}{2}}$$



پروفیل ولتاژ خط در حالت نصب راکتور موازی

نکته: می‌توان رابطه کلی راکتور شنت را به صورت زیر نوشت.

$$X_{sh} = \frac{B}{1 - A}$$

مثال: در یک خط انتقال سه فاز به طول ۳۰۰Km و ولتاژ ۵۰۰KV خطی در صورتی که طول الکتریکی خط ۲۱/۲ درجه و امپدانس مشخصه خط ۲۹۰/۴۳ اهم باشد. مقدار راکتور شنتی که در انتهای خط نصب شود تا $|VS|=|VR|$ گردد، چقدر است؟

حل:

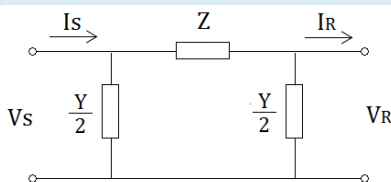
$$VS = \frac{500}{\sqrt{3}} = 288/675KV$$

$$VRNL = \frac{VS\phi}{\cos\beta l} = \frac{\frac{500}{\sqrt{3}}}{\cos 21/2} = 310KV$$

$$X_{sh} = ZC \frac{\sin\beta l}{1 - \cos\beta l}$$

$$X_{sh} = 290/43 \times \frac{\sin 21/2}{1 - \cos 21/2} = 1551/9\Omega$$

مثال: یک خط انتقال سه فاز ۵۰ هرتز با مدار معادل زیر دارای امپدانس ۲۰۰ اهم، ادمیتانس $U/0.01j$ مفروض است، در انتهای این خط راکتوری نصب می شود تا $|VS|=|VR|$ شود، مقدار راکتور چقدر است؟



حل:

$$\begin{bmatrix} VS \\ Is \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{ZY}{2} & Z \\ Y(1 + \frac{ZY}{2}) & 1 + \frac{ZY}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VR \\ IR \end{bmatrix}$$

$$X_{sh} = \frac{B}{1 - A}$$

$$X_{sh} = \frac{Z}{1 - (1 + \frac{ZY}{2})} = -\frac{2}{Y}$$

$$X_{sh} = -\frac{2}{j0.001} = j2000\Omega$$

جبران سازی با خازن موازی

در خطوط انتقالی که خاصیت خط و بار سلفی (پس فاز) باشد خازن شنت در مدار قرار می‌گیرد. خازن شنت با تولید توان راکتیو ولتاژ انتهای خط را تقریباً ثابت نگه می‌دارد. خازن موازی علاوه بر بهبود پروفیل ولتاژ ظرفیت توان انتقالی از خط را افزایش داده و پایداری سیستم را بهبود می‌بخشد. برای محاسبه راکتانس خازنی شنت به صورت زیر عمل می‌شود.

ابتدا δ را از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$P = \frac{|VS| \cdot |VR|}{X'} \sin \delta$$

در خط کوتاه $X' = X$

میزان توان راکتیو را با استفاده از δ بدست آمده حساب می‌شود.

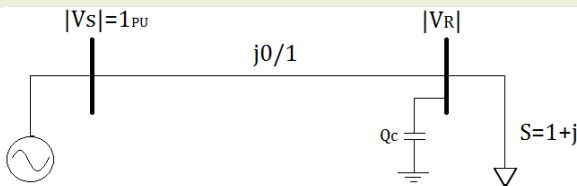
$$QR' = \frac{|VS| \cdot |VR|}{X'} \cos \delta - \frac{VR^2}{X'} \cos \beta$$

در خطوط کوتاه β کوچک است پس $\cos \beta = 1$ و $X' = X$ است پس:

$$QR = \frac{VR}{X} (V \cos \delta - VR)$$

$$QC = Q_{Load} - QR$$

مثال: در شکل زیر اگر بخواهیم $|VR| = |VS| = 1 \text{ PU}$ باشد، قدرت راکتیو تولیدی خازن چند PU است؟



حل:

$$P = \frac{|VS| \cdot |VR|}{X'} \sin \delta$$

$$1 = \frac{1 \times 1}{0.1} \sin \delta$$

$$\delta = 5.74^\circ$$

$$\cos \delta = \cos \phi / V_L = 0.995$$

$$Q_R = \frac{V_R}{X} (V_S \cos \delta - V_R)$$

$$Q_R = \frac{1}{0.1} (1 \times 0.995 - 1) = -0.05 \text{ PU}$$

$$Q_C = Q_{\text{Load}} - Q_R$$

$$Q_C = 1 - (-0.05) = 1.05 \text{ PU}$$



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

فصل پنجم

ماتریس اهمیت‌انسی و امیدانسی شبکه

ماتریس اهمیت‌انسی

در یک سیستم قدرت جریان تزریق شده به هر شین را می‌توان به صورت ترکیب خطی ولتاژ تمام شین‌های شبکه نوشت.

$$I_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j$$

$$I = Y_{BUS} V$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ Y_{31} & Y_{32} & \dots & Y_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

در روابط فوق

I : جریان تزریقی به شین

V : ولتاژ شین

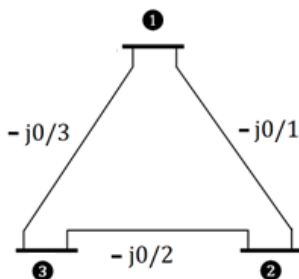
Y_{BUS} : ماتریس ادمیتانس

Y_{ij} : منفی ادمیتانس بین شین i و j

Y_{ii} : مجموع ادمیتانس‌های متصل به شین i

عناصر روی قطر اصلی Y_{ii} را ادمیتانس خودی شین i و عناصر خارج از قطر اصلی Y_{ij} را ادمیتانس متقابل بین i و j است.

مثال: ماتریس ادمیتانس شبکه زیر را بدست آورید.



حل:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = Y_{12} + Y_{13} = -j0/1 - j0/3 = -j0/4$$

$$Y_{12} = j0/1$$

$$Y_{13} = j0/3$$

$$Y_{21} = j0/1$$

$$Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} = -j0/1 - j0/2 = -j0/3$$

$$Y_{23} = j0/2$$

$$Y_{31} = j0/3$$

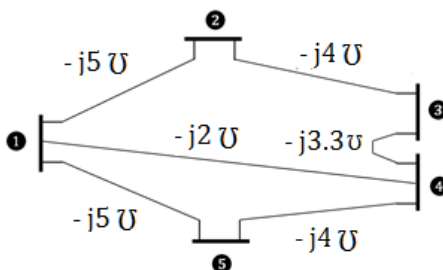
$$Y_{32} = j0/2$$

$$Y_{33} = Y_{31} + Y_{32} = -j0/3 - j0/2 = -j0/5$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j0/4 & j0/1 & j0/3 \\ j0/1 & -j0/3 & j0/2 \\ j0/3 & j0/2 & -j0/5 \end{bmatrix}$$

نکته: ماتریس Y_{BUS} یک ماتریس متقارن است.

مثال: ماتریس ادمیتانس سیستم قدرت زیر را بدست آورید.



حل:

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} & Y_{45} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & Y_{55} \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = Y_{12} + Y_{15} + Y_{14} = -j5 - j5 - j2 = -j12$$

$$Y_{12} = j5$$

$$Y_{13} = 0$$

$$Y_{14} = j2$$

$$Y_{15} = j5$$

$$Y_{21} = j5$$

$$Y_{22} = Y_{21} + Y_{23} = -j5 - j4 = -j9$$

$$Y_{23} = j4$$

$$Y_{24} = 0$$

$$Y_{25} = 0$$

$$Y_{31} = 0$$

$$Y_{32} = j4$$

$$Y_{33} = Y_{32} + Y_{34} = -j4 - j3/3 = -j7/3$$

$$Y_{34} = j3/3$$

$$Y_{35} = 0$$

$$Y_{41} = j2$$

$$Y_{42} = 0$$

$$Y_{43} = -j3/3$$

$$Y_{44} = Y_{43} + Y_{45} + Y_{41} = -j3/3 - j4 - j2 = -j9/3$$

$$Y_{45} = j4$$

$$Y_{51} = j5$$

$$Y_{52} = 0$$

$$Y_{53} = 0$$

$$Y_{54} = j4$$

$$Y_{55} = Y_{54} + Y_{51} = -j5 - j4 = -j9$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j12 & j5 & 0 & j2 & j5 \\ j5 & -j9 & j4 & 0 & 0 \\ 0 & j4 & -j7/3 & j3/3 & 0 \\ j2 & 0 & j3/3 & -j9/3 & j4 \\ j5 & 0 & 0 & j4 & -j9 \end{bmatrix}$$

اثر حذف شین بر ماتریس Y

در محاسبات سیستم‌های قدرت ماتریس‌های ادمیتانس بزرگی ایجاد می‌شود. برای راحتی محاسبات می‌توان شین‌هایی که جریان تزریق شده به آن‌ها صفر است را حذف کرد، شینی که بار متغیر به آن وصل نشده باشد یا شین تولید نباشد، شین تزریق صفر است. برای این منظور باید سطر و ستون هر شینی که باید حذف شود را به آخرین سطر و ستون در ماتریس ادمیتانس منتقل شود.

$$Y_{ijnew} = Y_{ij} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

مثال: در سیستم قدرت زیر با حذف شین ۲ ماتریس جدید چگونه می‌شود؟

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j6 & j4 & j2 \\ j4 & -j9 & j5 \\ j2 & j5 & -j7 \end{bmatrix}$$

حل:

ابتدا سطر دوم را به آخرین سطر منتقل می‌شود.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j6 & j4 & j2 \\ j2 & j5 & -j7 \\ j4 & -j9 & j5 \end{bmatrix}$$

سپس ستون دوم را به آخرین ستون منتقل می‌شود.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j6 & j2 & j4 \\ j2 & -j7 & j5 \\ j4 & j5 & -j9 \end{bmatrix}$$

$$Y_{ij\text{new}} = Y_{ij} - \frac{Y_{in} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

$$Y_{11\text{new}} = Y_{11} - \frac{Y_{13} Y_{31}}{Y_{33}}$$

$$Y_{11\text{new}} = -j6 - \frac{j4 \times j4}{-j9} = -j4/22$$

$$Y_{12\text{new}} = Y_{12} - \frac{Y_{13} Y_{32}}{Y_{33}}$$

$$Y_{12\text{new}} = j2 - \frac{j4 \times j5}{-j9} = j4/22$$

$$Y_{21\text{new}} = Y_{21} - \frac{Y_{23} Y_{31}}{Y_{33}}$$

$$Y_{21\text{new}} = j2 - \frac{j5 \times j4}{-j9}$$

$$Y_{22\text{new}} = Y_{22} - \frac{Y_{23} Y_{32}}{Y_{33}}$$

$$Y_{22\text{new}} = -j7 - \frac{j5 \times j5}{-j9} = j4/22$$

$$Y_{\text{BUSnew}} = \begin{bmatrix} -j4/22 & j4/22 \\ j4/22 & -j4/22 \end{bmatrix}$$

مثال: ماتریس ادمیتانس یک سیستم قدرت دو شینه به صورت زیر است، در صورتی که SB دوبرابر شود ولی VB تغییر نکند، ادمیتانس جدید سیستم چگونه است؟

$$Y = \begin{bmatrix} -j20 & j30 \\ j30 & -j20 \end{bmatrix}$$

حل:

$$Y_{\text{new}} = Y_{\text{old}} \times \left(\frac{S_{\text{old}}}{S_{\text{new}}} \right) \times \left(\frac{V_{\text{new}}}{V_{\text{old}}} \right)^2$$

$$Y_{\text{new}} = Y_{\text{old}} \times \left(\frac{1}{2} \right) \times (1)^2$$

$$Y_{\text{new}} = \frac{1}{2} Y_{\text{old}}$$

$$Y_{\text{new}} = \begin{bmatrix} -j10 & j15 \\ j15 & -j10 \end{bmatrix}$$

وصل کردن شین‌ها به هم (اتصال کوتاه کردن شین‌ها به هم)

هنگامی که دو یا چند شین به هم وصل شوند در واقع تشکیل یک شین را می‌دهند بنابراین از ابعاد ماتریس ادمیتانس کاسته می‌شود. در چنین حالتی کافی است که سطر و ستون‌هایی که متناظر با شین‌هایی که اتصال کوتاه می‌شوند را حذف کرد و به جای آن‌ها یک سطر و ستون معادل که درایه‌های آن مجموع درایه‌های سطر و ستون‌های حذف شده می‌باشد قرار گیرد.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix}$$

$$Y_{12}^{new} = Y_{12} + Y_{13}$$

$$Y_{21}^{new} = Y_{21} + Y_{31}$$

$$Y_{23}^{new} = Y_{24} + Y_{34}$$

$$Y_{32}^{new} = Y_{42} + Y_{43}$$

$$Y_{22}^{new} = Y_{22} + Y_{23} + Y_{32} + Y_{33}$$

مثال: اگر ماتریس ادمیتانس یک شبکه ۴ شینه به صورت زیر باشد و شین ۲ و ۳ به

هم وصل شوند ماتریس جدید چگونه خواهد بود؟

$$Y_{BUS} = j \begin{bmatrix} -5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & -10 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -10 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & -20 \end{bmatrix}$$

حل: یک شین کم می‌شود و ماتریس ۴×۴ تبدیل به یک ماتریس ۳×۳ می‌شود.

$$Y_{BUS} = j \begin{bmatrix} -5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & -10 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -10 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & -20 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = -j5$$

$$Y_{12} = j4 + j3 = j7$$

$$Y_{13} = j2$$

$$Y_{21} = j4 + j3 = j7$$

$$Y_{22} = -j10 + j2 + j2 - j10 = -j16$$

$$Y_{23} = j1 + j4 = j5$$

$$Y_{31} = j2$$

$$Y_{32} = j1 + j4 = j5$$

$$Y_{33} = -j20$$

$$Y_{BUS_{new}} = j \begin{bmatrix} -5 & 7 & 2 \\ 7 & -16 & 5 \\ 2 & 5 & -20 \end{bmatrix}$$

سوال: در ماتریس ادمیتانس سوال قبل اگر شین های ۲ و ۳ و ۴ به هم وصل شوند، ماتریس جدید چگونه است؟

حل:

$$Y_{BUS} = j \begin{bmatrix} -5 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & -10 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & -10 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & -20 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11} = -j5$$

$$Y_{12} = j4 + j3 + j2 = j9$$

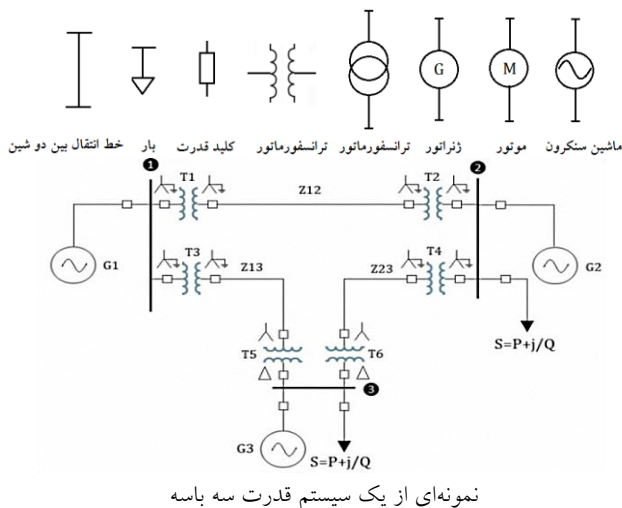
$$Y_{21} = j4 + j3 + j2 = j9$$

$$Y_{33} = -j10 + j2 + j1 + j2 - j10 + j4 + j + j4 - j20 = -j26$$

$$Y_{BUS_{new}} = j \begin{bmatrix} -5 & 9 & 9 \\ 9 & -26 & 9 \end{bmatrix}$$

نمودار تک خطی سیستم‌های قدرت

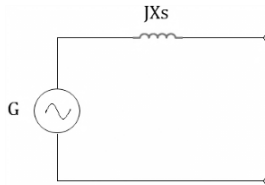
برای تحلیل راحت‌تر سیستم‌های قدرت از دیاگرام تک خطی استفاده می‌شود، دیاگرام تک خطی برای یک فاز و با حذف سیم خنثی ترسیم می‌شود.



دیاگرام امپدانسی

در ترسیم دیاگرام امپدانسی:

۱- ماشین سنکرون: به صورت نیروی محرکه و امپدانس سنکرون نمایش داده می-شود که در محاسبات اتصال کوتاه به جای X_s از X' یا X'' استفاده می شود و از مقاومت اهمی آرمیچر صرف نظر می شود.



نکته: X_s راکتانس سنکرون ماشین، X'' راکتانس زیرگذرا و X' راکتانس گذرا می باشد.

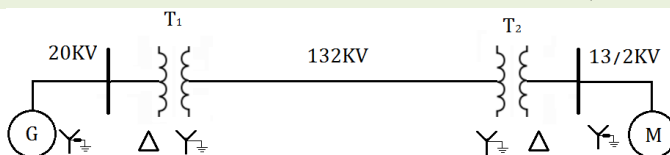
۲- ترانسفورماتورها: مدل ترانسفورماتور به صورت مقاومت اهمی سیم پیچها (R) و راکتانس پراکندگی (X) رسم می شود که در محاسبات اتصال کوتاه از (R) نیز صرف نظر می شود.



۳- خط انتقال: از مدار معادل π استفاده می شود که در حالت اتصال کوتاه با صرف نظر کردن از R و G به صورت راکتانس سلفی مدل می شود.



مثال: دیاگرام تک خطی یک سیستم قدرت با مشخصات زیر ترسیم شده است، دیاگرام امپدانسی سیستم را در قدرت مبنا ۱۰۰MVA و ولتاژ مبنا در خط انتقال ۱۳۲KV را ترسیم کنید.



G:	۱۲۵MVA	۲۱KV	$X''=۲۰\%$
M:	۱۰۰MVA	۱۳/۸KV	$X''=۲۰\%$
T۱:	۱۳۵MVA	۱۳۲/۲۰KV	$X=۱۰\%$
T۲:	۱۰۰MVA	۱۳۸/۱۳.۸KV	$X=۸\%$
L:	۱۳۲KV	۱۷/۴Ω	

حل: ولتاژ مبنا در خط ۱۳۲KV است، ولتاژ مبنای موتور و ژنراتور با توجه به نسبت تبدیل ترانسفورماتورهای T۱ و T۲ بدست می‌آید.

$$VB_{Gen} = ۱۳۲ \times \left(\frac{۲۰}{۱۳۲} \right) = ۲۰KV$$

$$VB_{mot} = ۱۳۲ \times \left(\frac{۱۳/۸}{۱۳۸} \right) = ۱۳/۲KV$$

مقادیر پریونیت ترانسفورماتورها و ماشین‌های سنکرون بر اساس توان و ولتاژ نامی آن‌ها محاسبه شده است و باید بر اساس مبنای جدید سیستم تبدیل شوند.

$$X_{new} = X_{old} \times \left(\frac{SB_{new}}{SB_{old}} \right) \left(\frac{VB_{old}}{VB_{new}} \right)^2$$

$$\text{Gen:} \quad X''_{new} = ۰/۲ \times \left(\frac{۱۰۰}{۱۳۵} \right) \left(\frac{۲۱}{۲۰} \right)^2 = ۰/۱۷۲۴pu$$

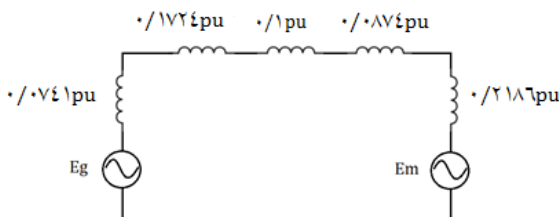
$$\text{Mot:} \quad X''_{new} = ۰/۲ \times \left(\frac{۱۰۰}{۱۰۰} \right) \left(\frac{۱۳/۸}{۱۳/۲} \right)^2 = ۰/۲۱۸۶pu$$

$$\text{T۱:} \quad X_{new} = ۰/۱ \times \left(\frac{۱۰۰}{۱۳۵} \right) \left(\frac{۱۳۲}{۱۳۲} \right)^2 = ۰/۰۷۴۱pu$$

$$\text{T۲:} \quad X_{new} = ۰/۰۸ \times \left(\frac{۱۰۰}{۱۰۰} \right) \left(\frac{۱۳/۸}{۱۳/۲} \right)^2 = ۰/۰۸۷۴pu$$

$$\text{L:} \quad ZB = \frac{VB^2}{ZB} = \frac{۱۳۲^2}{۱۰۰} = ۱۷۴/۲\Omega$$

$$X_L = \frac{X_L}{Z_B} = \frac{17/\xi}{17\xi/2\xi} = 0.1 \text{ pu}$$



کنترل ولتاژ با استفاده از تزریق توان راکتیو خازن

با نصب یک خازن توان راکتیو به شین تزریق می‌شود که باعث افزایش ولتاژ آن شین (و شین های دیگر شبکه) می‌شود. با نصب خازن در شین i ولتاژ آن به صورت زیر تغییر می‌کند. **نکته:** می‌توان با نصب راکتور به جای خازن، توان راکتیو از شبکه دریافت کرد و ولتاژ شین را کاهش داد.

نکته: میزان تغییر شین های دیگر به Z_{ij} بستگی دارد.

$$V_{i\text{new}} = V_{i\text{old}} + Z_{ii} \left(\frac{-V_{i\text{old}}}{Z_{ii} + Z_{sh}} \right)$$

نکته: میزان تغییر ولتاژ برای شین j به صورت زیر است.

$$V_{j\text{new}} = V_{j\text{old}} + Z_{ji} \left(\frac{-V_{i\text{old}}}{Z_{ii} + Z_{sh}} \right)$$

مثال: در یک سیستم قدرت ولتاژ شین دوم ۱ PU و ولتاژ شین سوم ۱/۲ PU می باشد. اگر $Z_{۲۲}=j۲$ PU و $Z_{۳۲}=j۳$ باشد در صورت وصل خازن ۶-j به شین دوم، ولتاژ شین دوم و سوم چقدر می شود؟

حل:

$$V_2^{\text{new}} = V_2^{\text{old}} + Z_{22} \left(\frac{-V_2^{\text{old}}}{Z_{22} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_2^{\text{new}} = 1 + j2 \left(\frac{-1}{j2 - j6} \right) = 1/5 \text{ PU}$$

$$V_{j\text{new}} = V_{j\text{old}} + Z_{ji} \left(\frac{-V_{i\text{old}}}{Z_{ii} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_3^{\text{new}} = V_3^{\text{old}} + Z_{32} \left(\frac{-V_2^{\text{old}}}{Z_{22} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_3^{\text{new}} = 1/2 + j3 \left(\frac{-1}{j2 - j6} \right) = 1/95 \text{ PU}$$

مثال: ماتریس امپدانس شبکه ای به شکل زیر است در صورتی که یک خازن ۲ PU به شین ۳ اضافه شود، ولتاژ شین ۲ و ۳ چقدر می شود؟

حل:

$$Z_{BUS} = j \begin{bmatrix} 1 & 0/5 & 2 \\ 0/5 & 0/3 & 0/5 \\ 2 & 0/5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = 1 \text{ PU}$$

$$V_3 = 1/2 \text{ PU}$$

$$V_{i\text{new}} = V_{i\text{old}} + Z_{ii} \left(\frac{-V_{i\text{old}}}{Z_{ii} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_3^{\text{new}} = V_3^{\text{old}} + Z_{33} \left(\frac{-V_3^{\text{old}}}{Z_{33} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_3^{\text{new}} = 1/2 + j3 \times \left(\frac{-1/2}{j3 - j2} \right) = -2/4 \text{ PU}$$

$$V_{j\text{new}} = V_{j\text{old}} + Z_{ji} \left(\frac{-V_{i\text{old}}}{Z_{ii} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_2^{\text{new}} = V_2^{\text{old}} + Z_{23} \left(\frac{-V_3^{\text{old}}}{Z_{33} + Z_{sh}} \right)$$

$$V_2^{\text{new}} = 1 + j0/5 \left(\frac{-1/2}{j3 - j2} \right) = 0/4 \text{ PU}$$



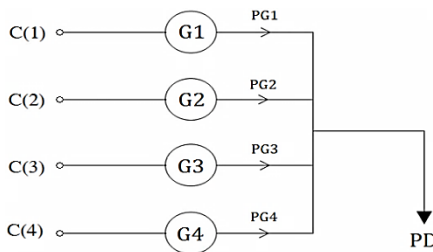
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه فنی و حرفه‌ای ایلام

فصل ششم

بهره برداری اقتصادی از سیستم های قدرت

توزیع بهینه بار بین نیروگاه‌ها

در یک سیستم قدرت از چند نیروگاه حرارتی جهت تأمین بار استفاده می‌شود. از آنجایی که بار سیستم قدرت مقدار ثابتی ندارد و در زمان‌های مختلف تغییر می‌کند توان تولیدی نیروگاه‌ها نیز باید تغییر کند تا توان تولیدی نیروگاه‌ها برابر بار مصرفی گردد، جهت بهره برداری اقتصادی از سیستم قدرت باید با کمترین هزینه توان مورد نیاز را بین ژنراتورهای یک واحد و بین کل نیروگاه‌ها تقسیم کرد به گونه‌ای که کمترین سوخت مصرف گردد.



H : نرخ حرارت ورودی به واحد بر حسب Btu/h

X : هزینه سوخت بر حسب \$/Btu

$C(F)$: هزینه تولید انرژی (هزینه ورودی سوخت واحد) بر حسب \$/h

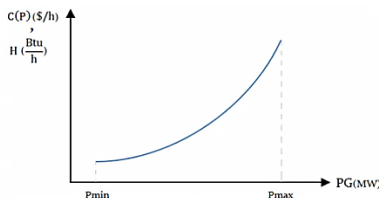
$$C(F) = H \times X$$

$$\frac{\text{Btu}}{h} \times \frac{\$}{\text{Btu}} = \frac{\$}{h}$$

تابع هزینه سوخت واحد با استفاده از معادله درجه دوم زیر بیان می‌شود.

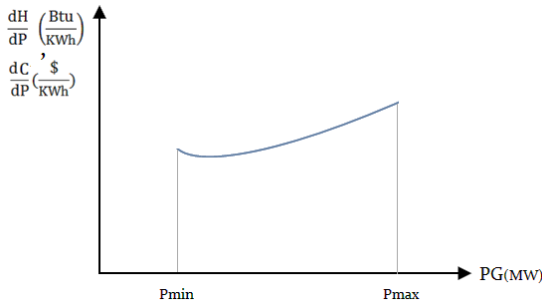
$$C(P) = \alpha + \beta PG + \gamma PG^2 \quad \$/h$$

مقادیر α ، β و γ را می‌توان با روش‌های عددی محاسبه کرد که در مسائل سیستم‌های قدرت جزء داده‌های مسئله می‌باشد.



مشخصه هزینه افزایشی سوخت

مشخصه هزینه افزایشی حرارتی یک واحد در شکل زیر ترسیم شده است این منحنی مشتق مشخصه ورودی-خروجی (dH/dP یا dc/dP) می باشد.



تابع هزینه افزایشی سوخت (تابع هزینه نموی تولید) به صورت زیر تعریف می شود.

$$\frac{dC(P)}{dP} = IF = \beta + \gamma PG \quad \$/MWh$$

روش تحلیلی برای توزیع بهینه بار بین نیروگاهها

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i$$

$$C_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i PG_i + \gamma_i PG_i^2$$

هدف مسئله حداقل کردن تابع C_t (هزینه تولید) است که شامل هزینه های ثابت و متغیر می باشد.

با مشخص بودن تابع هزینه تولید هر نیروگاه باید توان حقیقی تولیدی هر نیروگاه PG_i به نحوی بدست آید که تابع هزینه تولید C_t حداقل باشد.

$$\sum_{i=1}^n P_i = PD$$

قید مسئله به صورت زیر بیان می شود.

$$\sum_{i=1}^n P_i - PD = 0$$

برای حل مسئله بهینه سازی مطرح شده می توان از تابع ریاضیاتی لاگرانژ استفاده کرد به این صورت که تابع قید مسئله (φ) را در یک ضریب نامشخص به نام ضریب لاگرانژ (λ) ضرب شود و با تابع هدف (Ct) جمع می گردد.

$$\Psi = Ct + \lambda \varphi$$

سپس مشتق تابع لاگرانژ نسبت به هر کدام از متغیرهای مستقل بدست می آید و مساوی صفر قرار داده می شود.

شرط لازم برای حداقل بودن هزینه بهره برداری یک سیستم قدرت متشکل از نیروگاه های حرارتی برابر بودن نرخ افزایشی $(IC)_t$ تمام نیروگاه ها با ضریب لاگرانژ (λ) است. برای محاسبه نرخ افزایش باید مشتق جزئی از آن نسبت به PG گرفته می شود.

$$\frac{\partial \Psi}{\partial P_i} = 0$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} - \lambda = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial C_i}{\partial P_i}$$

$$\lambda = \frac{\partial C_i}{\partial P_i} = (IC)_i$$

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial P_1} = \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = \frac{\partial C_3}{\partial P_3} = \dots = \frac{\partial C_n}{\partial P_n}$$

مثال: توابع هزینه سوخت دو ژنراتور به صورت زیر است، توزیع اقتصادی بار
 ۲۸۰۰ MW بین آن‌ها چگونه است؟

حل:

$$\begin{aligned} C_1 &= 5000 + 400 PG_1 + 0.1 PG_1^2 \\ C_2 &= 6000 + 400 PG_2 + 0.25 PG_2^2 \\ \lambda &= \frac{\partial C_1}{\partial P_1} = 400 + 0.1 PG_1 \\ \lambda &= \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = 400 + 0.5 PG_2 \\ 400 + 0.1 PG_1 &= 400 + 0.5 PG_2 \\ 0.1 PG_1 - 0.5 PG_2 &= 0 \\ \begin{cases} 0.1 PG_1 - 0.5 PG_2 = 0 \\ PG_1 + PG_2 = 2800 \end{cases} \\ PG_1 &= 2000 \text{ MW} \\ PG_2 &= 800 \text{ MW} \end{aligned}$$

روش ترسیمی برای توزیع بهینه بار بین نیروگاه‌ها

برای حل مسئله بهینه سازی می‌توان ابتدا مقدار (λ) را بدست آورد و سپس توان‌های تولیدی حالت اقتصادی را محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} C_t &= \sum_{i=1}^n \alpha_i + \beta_i PG_i + \gamma_i PG_i^2 \\ \lambda &= (IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial P_i} = \beta_i + 2\gamma_i PG_i \\ \lambda &= \beta_i + 2\gamma_i PG_i \\ PG_i &= \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} \\ \sum PG_i &= \sum \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i} = PD \\ \sum \frac{\lambda}{2\gamma_i} - \sum \frac{\beta_i}{2\gamma_i} &= PD \\ \lambda &= \frac{2PD + \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum \frac{1}{\gamma_i}} \quad \$/MWh \end{aligned}$$

مثال: توابع هزینه سوخت سه نیروگاه حرارتی بر حسب \$/h به صورت زیر است
 بار کل شبکه PD=۸۰۰MW می باشد، توان تولیدی هر نیروگاه به منظور توزیع
 اقتصادی بار را بدست آورید.

$$C_1 = 500 + 0.3PG_1 + 0.004PG_1^2$$

$$C_2 = 400 + 0.5PG_2 + 0.006PG_2^2$$

$$C_3 = 200 + 0.8PG_3 + 0.009PG_3^2$$

حل:

$$C = \alpha + \beta PG + \gamma PG^2$$

$$\lambda = \frac{PD + \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum \frac{1}{\gamma_i}}$$

$$\lambda = \frac{PD + (\frac{\beta_1}{\gamma_1} + \frac{\beta_2}{\gamma_2} + \frac{\beta_3}{\gamma_3})}{(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3})}$$

$$\lambda = \frac{2 \times 800 + (\frac{0.3}{0.004} + \frac{0.5}{0.006} + \frac{0.8}{0.009})}{(\frac{1}{0.004} + \frac{1}{0.006} + \frac{1}{0.009})} = 8/5 \text{ $/MWh}$$

$$PG_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

$$PG_1 = \frac{\lambda - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{8/5 - 0.3}{2 \times 0.004} = 400 \text{ MW}$$

$$PG_2 = \frac{\lambda - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{8/5 - 0.5}{2 \times 0.006} = 250 \text{ MW}$$

$$PG_3 = \frac{\lambda - \beta_3}{2\gamma_3} = \frac{8/5 - 0.8}{2 \times 0.009} = 150 \text{ MW}$$

نکته: قدرت خروجی ژنراتورها نباید بیشتر از مقدار نامی آن باشد و نباید از مقداری کمتر باشد که برای بهره برداری پایدار دیگ بخار ورودی ضروری است.

محاسبه سود ناشی از توزیع اقتصادی نسبت به توزیع غیر اقتصادی

اگر PG_1 و PG_2 توان‌های تولیدی اقتصادی ژنراتورها و PG_1' و PG_2' توان تولیدی غیراقتصادی ژنراتورها باشد در این صورت هزینه اضافی یا سود ناشی از توزیع اقتصادی به اختلاف هزینه دو حالت می‌گویند و از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$\Delta C = C(\lambda_1) - C(\lambda_2)$$

$$|\Delta C| = \left| \int_{PG_1}^{PG_1'} (IC_1) dPG_1 + \int_{PG_2}^{PG_2'} (IC_2) dPG_2 \right|$$

مثال: در یک سیستم قدرت دو نیروگاه بار $1050MW$ را به صورت اقتصادی به صورت $PG_1=500MW$ و $PG_2=550MW$ تأمین می‌کند. در صورتی که بار به صورت غیر اقتصادی $PG_1=400MW$ و $PG_2=650MW$ تأمین گردد، میزان هزینه اضافی چقدر است؟

$$IC_1 = 750 + 0.008 PG_1$$

$$IC_2 = 600 + PG_2$$

حل:

$$\Delta C = C(\lambda_1) - C(\lambda_2)$$

$$|\Delta C| = \left| \int_{PG_1}^{PG_1'} (IC_1) dPG_1 + \int_{PG_2}^{PG_2'} (IC_2) dPG_2 \right|$$

$$|\Delta C| = \int_{500}^{400} (750 + 0.008 PG_1) dPG_1 + \int_{550}^{650} (600 + PG_2) dPG_2 = 9000 \$/h$$

مثال: توابع هزینه واحدهای یک نیروگاه به صورت زیر است. توان تولیدی دو ژنراتور برای تأمین بار ۲۴۰۰ MW به صورت اقتصادی چقدر است؟

$$C_1 = 1000 + 400 PG_1 + 0.1 PG_1^2$$

$$C_2 = 2000 + 100 PG_2 + 0.2 PG_2^2$$

حل:

$$\lambda = \frac{2PD + \sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum \frac{1}{\gamma_i}}$$

$$\lambda = \frac{2PD + (\frac{\beta_1}{\gamma_1} + \frac{\beta_2}{\gamma_2})}{(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2})} = \frac{2 \times 2400 + (\frac{400}{0.1} + \frac{100}{0.2})}{(\frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2})} = 6200 \text{ \$/MWh}$$

$$PG_i = \frac{\lambda - \beta_i}{2\gamma_i}$$

$$PG_1 = \frac{\lambda - \beta_1}{2\gamma_1} = \frac{6200 - 400}{2 \times 0.1} = 1100 \text{ MW}$$

$$PG_2 = \frac{\lambda - \beta_2}{2\gamma_2} = \frac{6200 - 100}{2 \times 0.2} = 1300 \text{ MW}$$

مثال: در مثال فوق اگر بار به صورت مساوی و غیراقتصادی تقسیم شود، میزان صرفه جویی حالت توزیع اقتصادی چقدر است؟

$$PG_1' = 1200 \text{ MW}$$

$$PG_2' = 1200 \text{ MW}$$

$$IC_1 = 750 + 0.1 PG_1$$

$$IC_2 = 600 + PG_2$$

حل:

$$\Delta C = C(\lambda_1) - C(\lambda_2)$$

$$|\Delta C| = \left| \int_{PG_2}^{PG_2'} (IC_2) dPG_2 + \int_{PG_1}^{PG_1'} (IC_1) dPG_1 \right|$$

$$|\Delta C| = \int_{1100}^{1200} (400 + 0.1 PG_1) dPG_1 + \int_{1300}^{1200} (100 + 0.2 PG_2) dPG_2$$

$$= 3000 \text{ \$/h}$$

تابع هزینه معادل یک نیروگاه چند ژنراتوری

در یک نیروگاه n ژنراتوری می‌توان ژنراتورها را با یک ژنراتور معادل مدلسازی کرد.
تابع هزینه ژنراتور معادل به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} C_i &= \alpha_i + \beta_i PG_i + \gamma_i PG_i^2 \\ C_t &= \alpha_t + \beta_t PG_t + \gamma_t PG_t^2 \\ \gamma_t &= \frac{1}{\sum \gamma_i} \\ \beta_t &= \frac{\sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum \frac{1}{\gamma_i}} \\ \alpha_t &= \frac{\beta_t}{\gamma_t} + \sum \alpha_i - \sum \left(\frac{\beta_i}{\gamma_i} \right) \\ PG_t &= PG_1 + PG_2 + PG_3 + \dots + PG_n \end{aligned}$$

مثال: نیروگاهی دارای ۴ ژنراتور با هزینه‌های سوخت به صورت زیر است، تابع هزینه سوخت معادل برای این نیروگاه چگونه است؟

$$\begin{aligned} C_1 &= 20 + PG_1 + 0.1 PG_1^2 \\ C_2 &= 20 + PG_2 + 0.1 PG_2^2 \\ C_3 &= 10 + PG_3 + 0.2 PG_3^2 \\ C_4 &= 10 + PG_4 + 0.2 PG_4^2 \end{aligned}$$

حل:

$$\begin{aligned} \gamma_t &= \frac{1}{\sum \gamma_i} \\ \gamma_t &= \frac{1}{\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4} \right)} \\ \gamma_t &= \frac{1}{\left(\frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.2} \right)} = \frac{1}{3.0} \\ \beta_t &= \frac{\sum \frac{\beta_i}{\gamma_i}}{\sum \frac{1}{\gamma_i}} \end{aligned}$$

$$\beta_t = \frac{(\frac{\beta_1}{\gamma_1} + \frac{\beta_2}{\gamma_2} + \frac{\beta_3}{\gamma_3} + \frac{\beta_4}{\gamma_4})}{(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_4})}$$

$$\beta_t = \frac{(\frac{1}{.71} + \frac{1}{.71} + \frac{1}{.72} + \frac{1}{.72})}{(\frac{1}{.71} + \frac{1}{.71} + \frac{1}{.72} + \frac{1}{.72})} = 1$$

$$\alpha_t = \frac{\beta_t}{\xi_{\gamma t}} + \sum \alpha_i - \sum \left(\frac{\beta_i}{\xi_{\gamma i}} \right)$$

$$\alpha_t = \frac{\beta_t}{\xi_{\gamma t}} + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4) - \left(\frac{\beta_1}{\xi_{\gamma 1}} + \frac{\beta_2}{\xi_{\gamma 2}} + \frac{\beta_3}{\xi_{\gamma 3}} + \frac{\beta_4}{\xi_{\gamma 4}} \right)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{\xi \times \frac{1}{.71}} + (.20 + .20 + .10 + .10) - \left(\frac{1}{\xi \times .71} + \frac{1}{\xi \times .71} + \frac{1}{\xi \times .72} + \frac{1}{\xi \times .72} \right) = .6$$

$$C_t = .6 + PG + \frac{1}{.71} PG$$

توزیع اقتصادی بار با در نظر گرفتن تلفات (PLoss)

تلفات خط انتقال PL را به عنوان یک تابع درجه دوم بر حسب توان خروجی ژنراتورها بیان می‌شود، در این حالت توان تولیدی ژنراتورها علاوه بر تأمین بار باید تلفات خط را نیز تأمین کند.

$$C_t = \sum_{i=1}^n C_i (PG_i)$$

$$\sum_{i=1}^n PG_i - (PD + PL)$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^n PG_i - (PD + PL)$$

$$\Psi = C_t + \lambda \varphi$$

$$\Psi = C_t + \lambda \left(\sum_{i=1}^n PG_i - (PD + PL) \right)$$

برای حداقل کردن هزینه تولید ژنراتورها باید از C_t نسبت به PG_i و λ مشتق گرفته و برابر صفر قرار گیرد که نتایج زیر حاصل می‌شود.

$$\lambda = \frac{\partial C_i}{\partial PG_i} \times \frac{1}{1 - \frac{\partial PL}{\partial PG_i}}$$

$$Li = \frac{1}{1 - \frac{\partial PL}{\partial PG_i}}$$

$$\lambda = \frac{\partial C_i}{\partial PG_i} \times \frac{1}{Li}$$

Li : ضریب پنالیتی یا ضریب جریمه

شرایط لازم برای بهینه سازی از معادلات زیر استفاده می‌شود.

$$\lambda = \frac{\partial C_1}{\partial PG_1} \times \frac{1}{L_1} = \frac{\partial C_2}{\partial PG_2} \times \frac{1}{L_2} = \frac{\partial C_3}{\partial PG_3} \times \frac{1}{L_3} = \dots = \frac{\partial C_n}{\partial PG_n} \times \frac{1}{L_n}$$

تلفات انتقال افزونی:

$$(IC)_i = \frac{\partial C_i}{\partial PG_i}$$

تلفات نمودی انتقال:

$$(ITL)_i = \frac{\partial PL}{\partial PG_i}$$

- 1 تحلیل سیستم های انرژی خشت زر- انتشارات رویای سبز تهران (ویژه آزمون های استخدامی)
- 2 بررسی سیستم های قدرت استیونسون- جی آر- گرنجر - مترجم دکتر دیانی - انتشارات نص (رفرنس دانشگاهی)
- 3 بررسی سیستم های قدرت احداکظمی- انتشارات دانشگاه علم و صنعت (رفرنس دانشگاهی)
- 4 بررسی سیستم های قدرت هادی سعادت - مترجم احداکظمی- شهرام جدید-حیدر علی شایانفر (رفرنس دانشگاهی)
- 5 بررسی سیستم های قدرت احداکظمی - آرمان اله باری انتشارات مدرسان شریف (ویژه آزمون کنکور کارشناسی ارشد)

