



به نام خدا



مبانی فیزیک ۲

دانشگاه علمی – کاربردی شرکت تولیدی لاستیک دنا

مدرس:

زهرا اسدی

zahra.asadi6640@yahoo.com

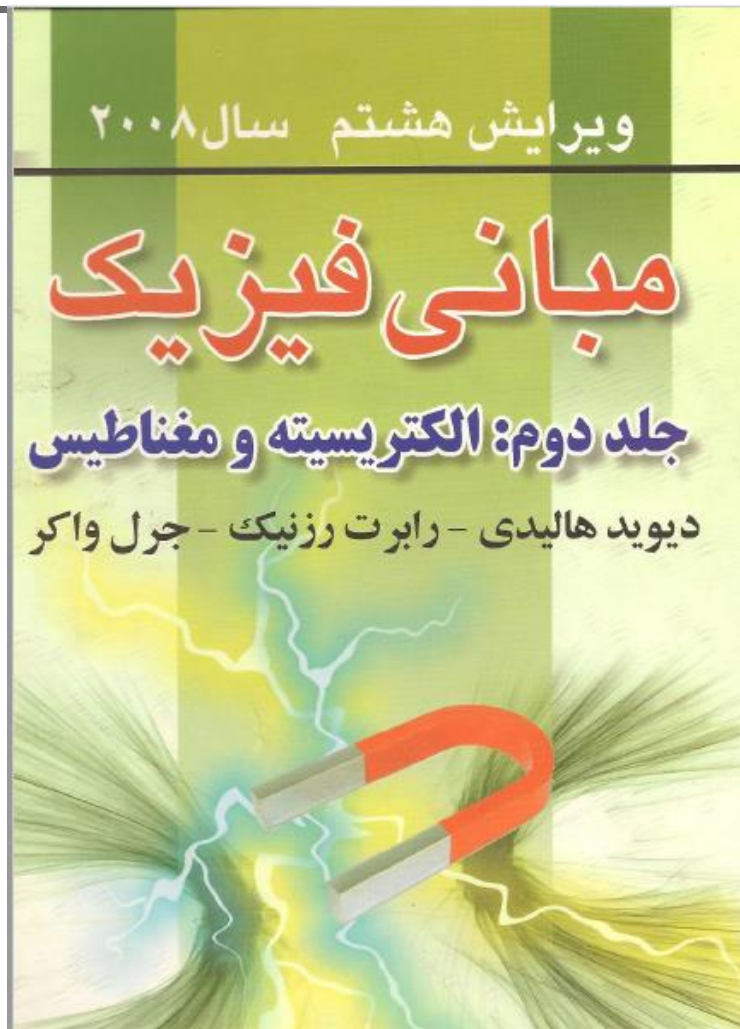
معرفی کتاب

ویرایش هشتم سال ۲۰۰۸

مبانی فیزیک

جلد دوم: الکتریسیته و مغناطیس

دیوید هالیدی - رابرت رزنیک - جرج واکر





فصل پنجم: خازن ها و دی الکتریک

□ خازن

□ محاسبه ظرفیت

□ انباشت انرژی در میدان الکتریکی

□ خازن مسطح با دی الکتریک

□ دی الکتریکها و قانون گاوس

خازن

□ یک خازن به جزئی گفته می‌شود که وظیفه آن ذخیره بار و در نتیجه انرژی الکتریکی است.

□ خازن‌ها از نظر ظاهر و اندازه متفاوت هستند اما مکانیزم کارکرد آن‌ها یکسان است.

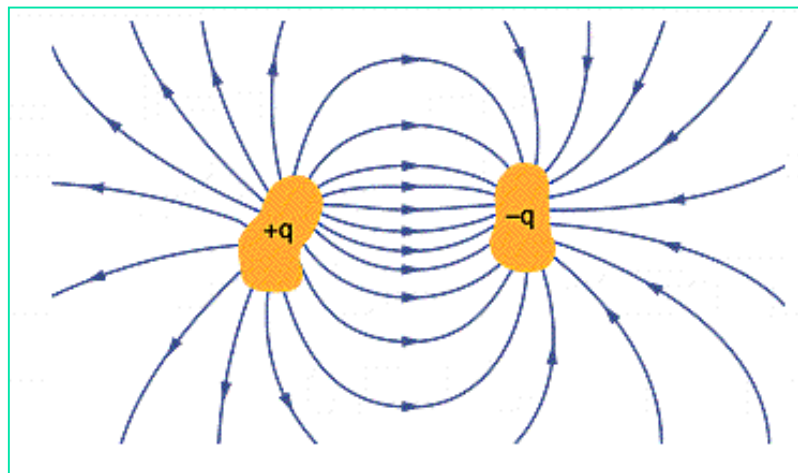
□ اصول کارکرد خازن به این صورت است که دو ناحیه با بار مخالف در معرض یکدیگر قرار می‌گیرند.

□ دو بار مخالف، میدانی الکتریکی را ایجاد می‌کنند که در خود انرژی الکتریکی را ذخیره کرده و می‌توان در صورت لزوم از آن استفاده کرد.

خازن

□ در شکل زیر میدان ناشی از دو بار با اندازه برابر و علامت مخالف نشان داده شده است.

□ یک **خازن** از دو صفحه رسانای عایق بندی شده تشکیل شده که حامل بارهای مساوی و مخالف **q** و **$-q$** هستند.



خازن‌ها کاربرد بسیاری در صنعت الکترونیک دارند. مهم‌ترین استفاده از آن‌ها به عنوان فیلتر کننده فرکانس و ذخیره کننده بارهای الکتریکی در مدارهای الکتریکی است.

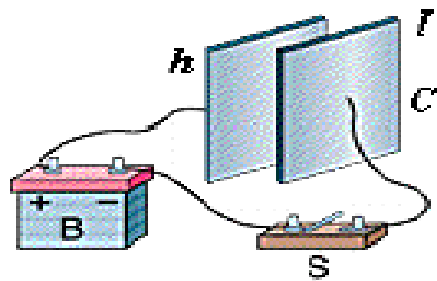
ظرفیت

□ اگر بار هر صفحه q و اختلاف پتانسیل آنها V باشد:

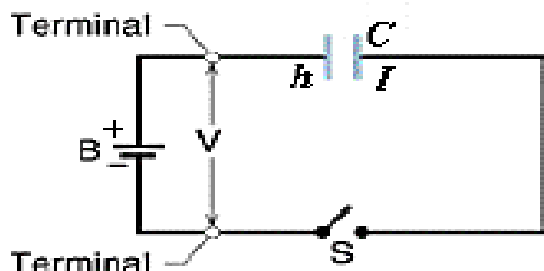
$$q = C V$$

□ C ظرفیت خازن است که به شکل هندسی آن بستگی دارد و واحد آن فاراد است که مساوی یک کولن بر یک ولت است

طریقه باردار کردن خازن



(a)



(b)

□ زمانی که یک خازن در حالت تعادل الکتریکی قرار دارد،

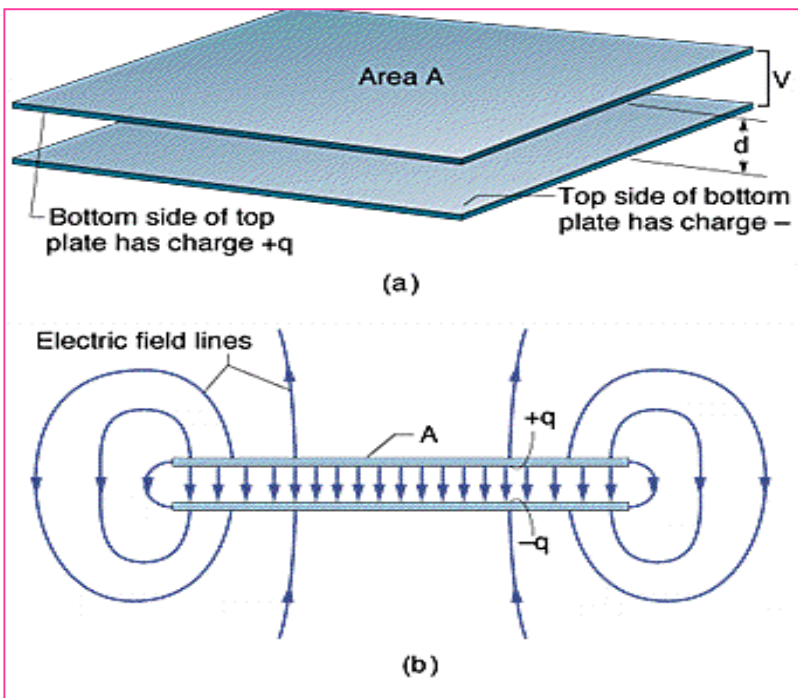
هیچ یک از صفحات آن دارای بار الکتریکی نیستند.

وقتی که آن را شارژ کنیم، بار الکتریکی Q میان صفحات

جایجا می شود. این جابجایی منجر به باردار شدن یک صفحه

به اندازه $Q+$ و صفحه دیگر به اندازه $Q-$ خواهد شد.

خازن مسطح و خطوط میدان

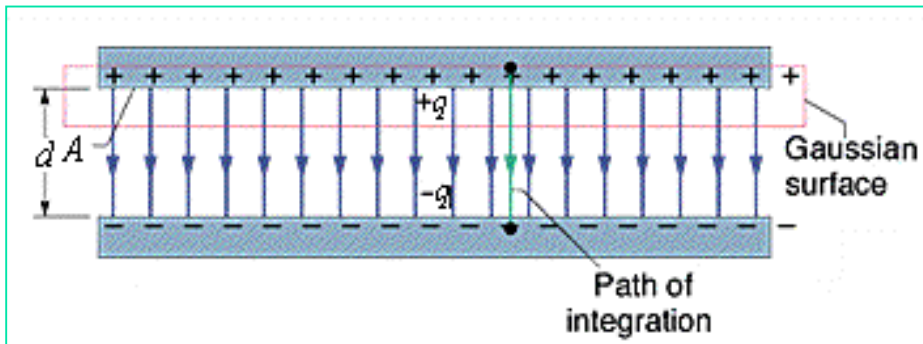


با توجه به اینکه با دو صفحه باردار مواجه هستیم، بنابراین می‌توان یک اختلاف پتانسیل برای آن تعریف کرد. توجه داشته باشید که در ادامه این اختلاف پتانسیل را با ΔV نشان خواهیم داد.

همچنین بدیهی است که بار خالص موجود در یک خازن همواره برابر با صفر است و این تنها توزیع بار است که منجر به ایجاد اختلاف پتانسیل می‌شود.

محاسبه ظرفیت

□ محاسبه ظرفیت خازن مسطح با فرض اینکه بین صفحات خلاء یا هوا باشد:



$$\epsilon_0 \oint E \cdot dA = q$$

$$q = \epsilon_0 EA$$

$$V = \int_+^- E dl = E \int_0^d dl = Ed$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

مثال

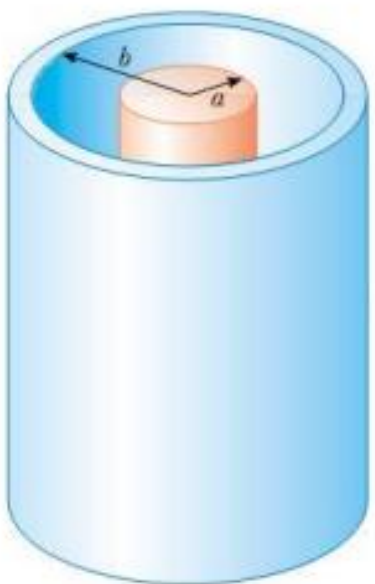
فاصله صفحات موازی یک خازن ، که هوا میان آنها است ، 1 mm است اگر ظرفیت خازن 1 F باشد، مساحت هر یک از صفحات چقدر است؟

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{1 \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12}} = 1.1 \times 10^8 \text{ m}^2$$

مثال خازن استوانه ای

یک خازن استوانه ای شامل دو استوانه هم محور به شعاع های a, b به طول L است . با فرض اینکه خازن طویل باشد، ظرفیت آن را بدست آورید.



$$q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 E (2\pi r L) \quad E = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r L}$$

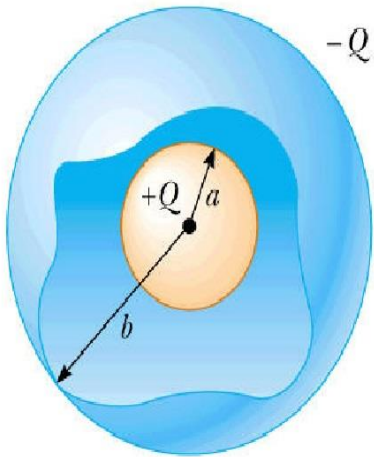
$$V = \int_+^- E dr = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi \epsilon_0 L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = 2\pi \epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}$$

محاسبه ظرفیت خازن کره ای

- مثال : یک خازن کروی شامل دو پوسته رسانای کروی هم مرکز به شعاع های a , b (است الف) ظرفیت آن را محاسبه کنید.



$$q = \epsilon_0 EA = \epsilon_0 E (4\pi r^2) \quad E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$V = \int_+^- E dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_a^b$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

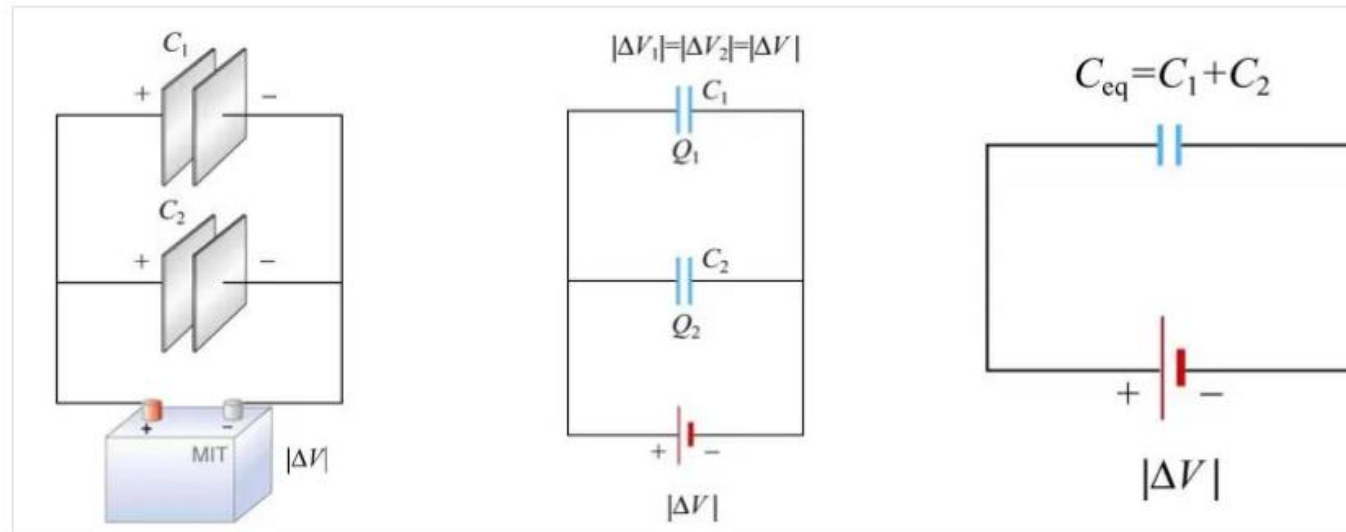
$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

■ ب) اگر $b \rightarrow \infty$ یک کره منزوی به شعاع $R=a$ خواهیم داشت در این صورت ظرفیت چقدر است؟

$$C = \frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$

$$b \rightarrow \infty \quad C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b} = 4\pi a\epsilon_0$$

محاسبه ظرفیت خازن های موازی



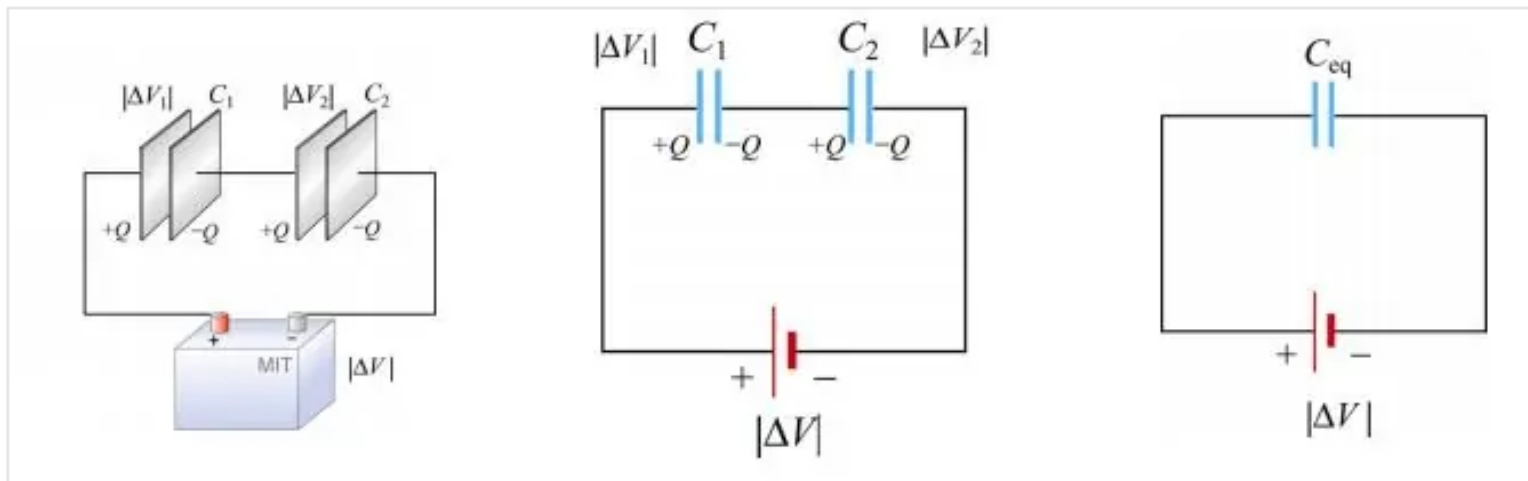
$$C_1 = \frac{Q_1}{|\Delta V|}, \quad C_2 = \frac{Q_2}{|\Delta V|}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 |\Delta V| + C_2 |\Delta V| = (C_1 + C_2) |\Delta V|$$

$$C_{eq} = \frac{Q}{|\Delta V|} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N = \sum_{i=1}^N C_i$$

محاسبه ظرفیت خازن های متوالی



$$|\Delta V_1| = \frac{Q}{C_1}, \quad |\Delta V_2| = \frac{Q}{C_2}$$

$$|\Delta V| = |\Delta V_1| + |\Delta V_2|$$

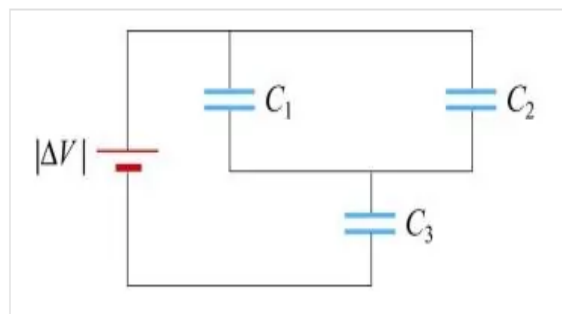
$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}$$

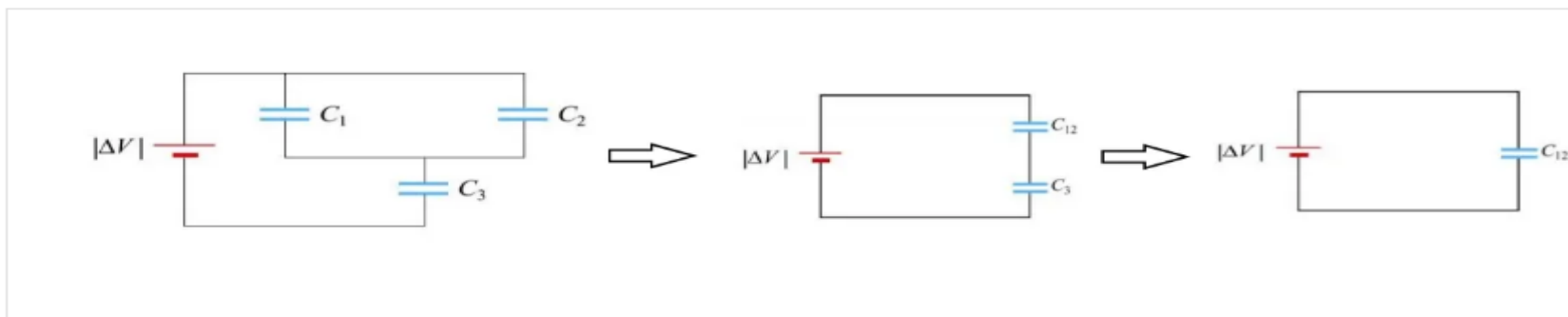
مثال

مطابق شکل زیر سه خازن با ظرفیت‌های C_1 ، C_2 و C_3 به یکدیگر متصل شده‌اند. ظرفیت معادل این خازن‌ها را بیابید.



$$C_{12} = C_1 + C_2$$

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3}$$



$$C_{123} = \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$



انرژی ذخیره شده در خازن

انرژی خازن از نوع انرژی پتانسیل الکتریکی است که در یک خازن ذخیره می‌شود و بنابراین به بار Q و ولتاژ V خازن مرتبط است.

$$E = \frac{1}{2}QV$$

$$E = \frac{1}{2}CV^2$$

که در این رابطه U یا E بر حسب ژول (J) و Q بر حسب کولن (C) و V بر حسب ولت (V) و C بر حسب فاراد (F) است.

$$E = U = \frac{Q^2}{2C}$$

خازن $C=5\mu F$ را با پتانسیل $V=60V$ شارژ و آن را از مدار جدا می سازیم.

(الف) بار و انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.

(ب) اگر سطح اشتراک صفحات را دو برابر و فاصله آن ها را نصف کنیم،

آنگاه ظرفیت و بارالکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی و انرژی ذخیره شده در

خازن چه تغییری می کند؟

خازن $C=5\mu F$ را با پتانسیل $V=60V$ شارژ و آن را از مدار جدا می سازیم.

(الف) بار و انرژی ذخیره شده در خازن را بدست آورید.

(ب) اگر سطح اشتراک صفحات را دو برابر و فاصله آن ها را نصف کنیم،

آنگاه ظرفیت و بارالکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی و انرژی ذخیره شده در

خازن چه تغییری می کند؟

پاسخ

(الف)

$$Q = CV = 5 \times 60 = 300 \mu C$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 60^2 = 9000 \mu J$$

(ب)

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\frac{C_r}{C_1} = \frac{A_r}{A_1} \times \frac{d_1}{d_r} = 2 \times 2 = 4 \quad C_r = 4C_1 = 20 \mu F$$

چون خازن را از مولد جدا کرده ایم ، بار الکتریکی خازن تغییر نمی کند.

$$V = \frac{Q}{C} \quad \frac{V_r}{V_1} = \frac{C_1}{C_r} = \frac{1}{4} \quad V_r = 15 V$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \frac{U_r}{U_1} = \frac{C_1}{C_r} = \frac{1}{4} \quad U_r = 2250 \mu J$$

چگالی انرژی الکتریکی

محاسبه چگالی انرژی الکتریکی در فضای بین صفحات خازن مسطح ایده آل :

$$U_E = \frac{1}{2} C |\Delta V|^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (Ad)$$

حجم

$$u_E = \frac{U_E}{\text{حجم خازن}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

مثال

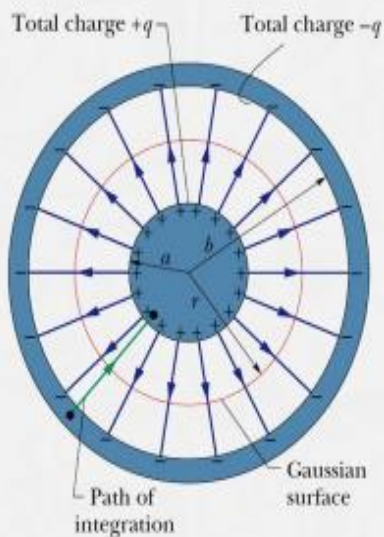
هوای خشک توانایی عایق بودن خود را در میدان $E = 3 \times 10^6 \text{ V/m}$ از دست می‌دهد. چگالی انرژی الکتریکی در این میدان چقدر است؟

ضریب گذردهی مربوط به هوای خشک: $8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} (8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (3 \times 10^6 \text{ V/m})^2 = 40 \text{ J/m}^3$$

انرژی ذخیره شده در خازن استوانه ای

انرژی ذخیره شده در خازنی به شعاع های a ، b و طول l



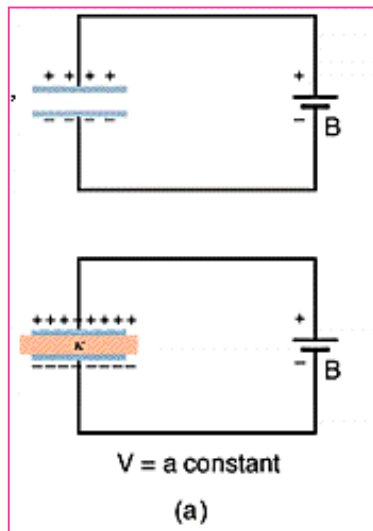
$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \rightarrow (E)(2\pi r l) = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r l}$$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{q}{2\pi\epsilon_0 r l} \right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{q^2}{4\pi^2 \epsilon_0^2 r^2 l^2} = \frac{q^2}{8\pi^2 \epsilon_0 r^2 l^2}$$

$$U = \int u dv = \int_a^b \frac{q^2}{8\pi^2 \epsilon_0 r^2 l^2} 2\pi r l dr = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 l} \int_a^b \frac{dr}{r} \rightarrow U = \frac{q^2}{4\pi \epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

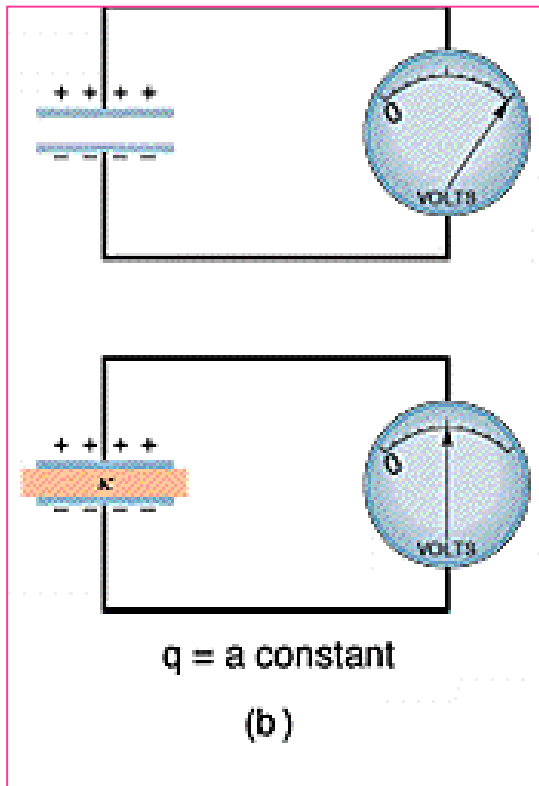
خازن مسطح با دی الکتریک

نخستین بار میکل فاراده تغییرات ظرفیت خازن با دی الکتریک را تحقیق کرد فاراده نشان داد که اگر دو خازن یکی با دی الکتریکی و دیگری بدون دی الکتریک تا اختلاف پتانسیل یکسان پر شوند . بار خازن با دی الکتریک بیشتر است:



خازن مسطح با دی الکتریک

- اگر بار خازن را ثابت نگه داریم و دی الکتریک به میان آن وارد کنیم. اختلاف پتانسیل در سر آن کاهش می یابد.



$$V = \frac{V_0}{k}$$

خازن مسطح با دی الکتریک

- نسبت ظرفیت خازن با دی الکتریک (C) به ظرفیت آن بدون دی الکتریک (C_0) را ثابت دی الکتریک k نامند.

$$\frac{C}{C_0} = k$$

- اگر میان صفحات یک خازن یک عایق با ثابت k قرار داشته باشد ظرفیت آن k برابر می شود مثلاً ظرفیت خازن مسطح با عایق:

$$C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$$



خازن مسطح با دی الکتریک

- بطور کلی در ناحیه ای که بطور کامل با یک دی الکتریک پر شده **معادلات** الکترو استاتیک با تبدیل ϵ_0 به $\epsilon_0 k$ تغییر می یابند.
- مثلاً میدان الکتریکی بار نقطه ای:

$$E = \frac{1}{4\pi k \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

خازن مسطح با دی الکتریک

خازن مسطحی با ظرفیت $c_0 = 13.5 \text{ pF}$ که مساحت صفحات خازن مسطحی A و فاصله آنها از هم d است. اگر با یک باتری خازن را تا اختلاف پتانسیل $v_0 = 12.5 \text{ V}$ پر کنیم و سپس باتری را قطع کرده و یک بره دی الکتریک به ضخامت d و ثابت دی الکتریک 6.5 میان صفحات قرار داده شود. الف) انرژی انباشته شده را قبل و بعد از قرار دادن بره بدست آورید.

$$U_i = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (13.5 \times 10^{-12}) 12.5^2 = 1055 \times 10^{-12} \text{ J}$$

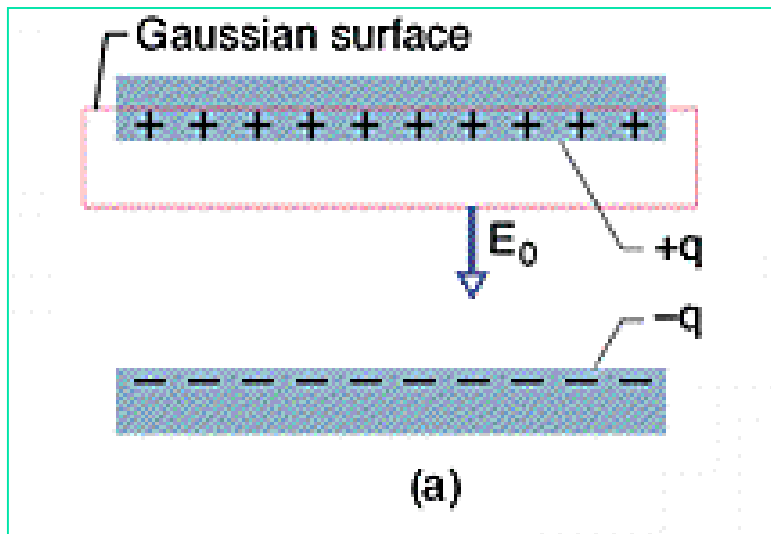
$$U_f = \frac{q^2}{2 kC} = \frac{U_i}{k} = 162 \times 10^{-12} \text{ J}$$

ب) کار لازم برای قرار دادن بره چقدر است؟

$$W = U_f - U_i = (162 - 1055) \times 10^{-12} = -893 \text{ J}$$

دی الکتریکها و قانون گاوس

- می خواهیم ببینیم **قانون گوس** در حضور **دی الکتریک** چگونه است :
- اگر دی الکتریک نباشد **میدان بین صفحات خازن**:



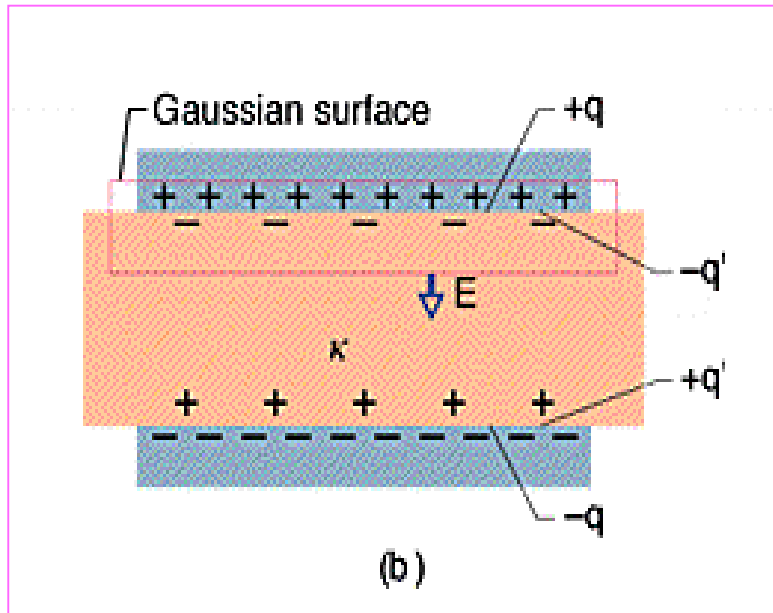
$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 E_0 A = q,$$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}.$$

- که در آن q بار **آزاد** صفحات خازن است

دی الکتریکها و قانون گاوس

■ اگر دی الکتریک باشد میدان بین صفحات خازن وقانون گوس:



$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \epsilon_0 EA = q - q',$$

$$E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A},$$

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa \epsilon_0 A},$$

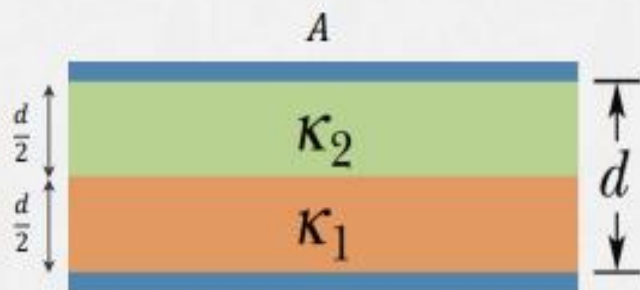
$$q - q' = \frac{q}{\kappa},$$

$$\epsilon_0 \oint \kappa \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$

مثال

مثال) ظرفیت خازن زیر را به دست آورید.

*از میدان لبه ها صرف نظر می کنیم با فرض اینکه فاصله صفحات خیلی کوچکتر از ابعاد صفحات است.



$$\oint_S \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{K_1 \epsilon_0} \rightarrow (E_1)(A) = \frac{q_{in}}{K_1 \epsilon_0} = \frac{q}{K_1 \epsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{q}{K_1 A \epsilon_0}$$

$$\oint_S \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{K_2 \epsilon_0} \rightarrow (E_2)(A) = \frac{q_{in}}{K_2 \epsilon_0} = \frac{q}{K_2 \epsilon_0} \rightarrow E_2 = \frac{q}{K_2 A \epsilon_0}$$

$$V = - \int_-^+ \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{K_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}_1 - \int_{K_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}_2 = \left(\frac{q}{K_1 A \epsilon_0} \right) \left(\frac{d}{2} \right) + \left(\frac{q}{K_2 A \epsilon_0} \right) \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{qd}{2A \epsilon_0} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q}{\frac{qd}{2A \epsilon_0} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)} = \frac{1}{\frac{d}{2A \epsilon_0} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)} \rightarrow C = \epsilon_0 \frac{2A}{d \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right)}$$

مثال

مثال) ظرفیت خازن زیر را به دست آورید.

*از میدان لبه ها صرف نظر می کنیم با فرض اینکه فاصله صفحات خیلی کوچکتر از ابعاد صفحات است.



فرض می کنیم کل خازن با ماده K_1 پر شده باشد. با مساحت $\frac{A}{2}$ و بار q_1

$$\oint_S \vec{E}_1 \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{K_1 \epsilon_0} \rightarrow (E_1) \left(\frac{A}{2} \right) = \frac{q_{in}}{K_1 \epsilon_0} = \frac{q_1}{K_1 \epsilon_0} \rightarrow E_1 = \frac{2q_1}{K_1 A \epsilon_0}$$

فرض می کنیم کل خازن با ماده K_2 پر شده باشد. با مساحت $\frac{A}{2}$ و بار q_2

$$\oint_S \vec{E}_2 \cdot d\vec{S} = \frac{q_{in}}{K_2 \epsilon_0} \rightarrow (E_2) \left(\frac{A}{2} \right) = \frac{q_{in}}{K_2 \epsilon_0} = \frac{q_2}{K_2 \epsilon_0} \rightarrow E_2 = \frac{2q_2}{K_2 A \epsilon_0}$$

$$V_1 = - \int_{K_1} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l}_1 = \left(\frac{2q_1}{K_1 A \epsilon_0} \right) (d) = \frac{2q_1 d}{K_1 A \epsilon_0}$$

$$V_2 = - \int_{K_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l}_2 = \left(\frac{2q_2}{K_2 A \epsilon_0} \right) (d) = \frac{2q_2 d}{K_2 A \epsilon_0}$$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{q_1 + q_2}{V = V_1 = V_2} = \frac{q_1}{V} + \frac{q_2}{V} = \frac{q_1}{V_1} + \frac{q_2}{V_2} = \frac{q_1}{\frac{2q_1 d}{K_1 A \epsilon_0}} + \frac{q_2}{\frac{2q_2 d}{K_2 A \epsilon_0}} \rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{2d} (K_1 + K_2)$$

۴۸۰۰- شکل ۴۸-۲۱ یک خازن تخت با مساحت صفحه

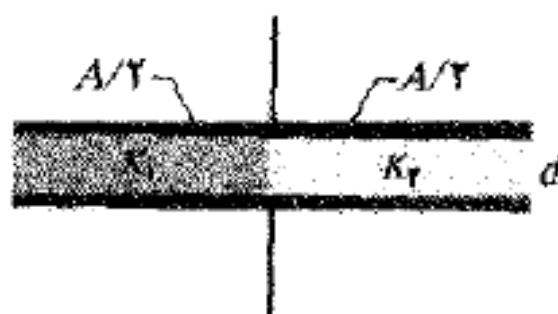
$A = 5/56 \text{ cm}^2$ و فاصله صفحه‌های $d = 56/5 \text{ mm}$ را نشان

می‌دهد. نیمه سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با

ثابت دی‌الکتریک $\kappa_1 = 7/00$ و نیمه سمت راست آن با ماده‌ای

با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_2 = 12/0$ پر شده است. ظرفیت این خازن

چقدر است؟



شکل ۴۸-۲۱ مسئله ۴۸

خازن را میتوان به صورت دو خازن موازی در نظر گرفت که هر یک دارای سطح $A/2$ و فاصله صفحات d هستند که مواد عایق با ضریب دی الکتریک k_1 و k_2 به ترتیب پر شده اند. بنابراین

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0(A/2)k_1}{d} + \frac{\epsilon_0(A/2)k_2}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{k_1 + k_2}{2} \right)$$
$$= \frac{8.85 \times 10^{-12} \times 5.59 \times 10^{-4}}{5.56 \times 10^{-3}} \left(\frac{7 + 12}{2} \right) = 8.41 \times 10^{-12} F$$

۴۹۰۰- شکل ۲۱-۴۹ یک خازن تخت با مساحت صفحه $A = 7/89 \text{ cm}^2$ و فاصله صفحه‌ها برابر $d = 4/62 \text{ mm}$ را نشان می‌دهد. نیمه بالایی فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی الکتریک $\kappa_1 = 11/5$ و نیمه پایینی آن با ماده‌ای با ثابت دی الکتریک $\kappa_2 = 12/5$ پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۴۹ مسئله ۴۹

خازن را می توان به صورت دو خازن سری در نظر گرفت که هر یک دارای سطح A و فاصله صفحات $d/2$ هستند که مواد عایق با ضریب دی الکتریک k_1 و k_2 به ترتیب پر شده اند. بنابراین

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{k_1 \epsilon_0 A / (d/2)} + \frac{1}{k_2 \epsilon_0 A / (d/2)} = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2 \epsilon_0 A / (d/2)}$$

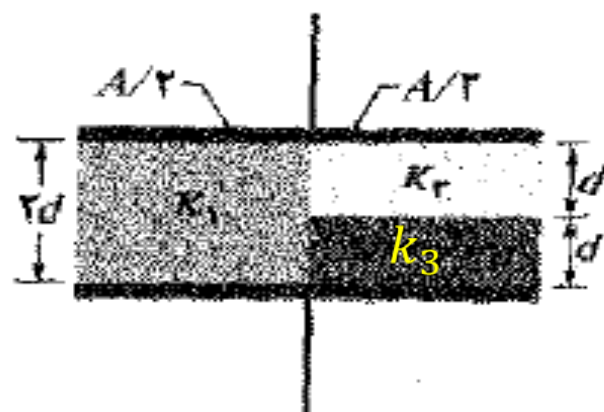
$$C = \frac{2\epsilon_0 A}{d} \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

$$C = \frac{2(8.85 \times 10^{-12})(7.89 \times 10^{-4})}{4.62 \times 10^{-3}} \frac{11 \times 12}{11 + 12}$$

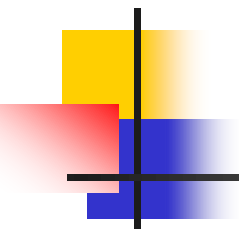
$$= 1.73 \times 10^{-11} \text{ F}$$

مثال

۵۰۰۰- شکل ۲۱-۵۰ یک خازن تخت با مساحت صفحه $A = ۱۰/۵ \text{ cm}^2$ و فاصله صفحه‌های $۲d = ۷/۱۲ \text{ mm}$ را نشان می‌دهد. نیمه سمت چپ فضای خالی میان صفحه‌ها با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_1 = ۲۱/۵$ و نیمه بالایی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_r = ۴۲/۵$ ، و نیمه پایینی سمت راست آن با ماده‌ای با ثابت دی‌الکتریک $\kappa_3 = ۵۸/۵$ پر شده است. ظرفیت این خازن چقدر است؟



شکل ۲۱-۵۰ مسئله ۵۰



$$C_1 = \varepsilon_0 \left(\frac{A}{2} \right) \frac{k_1}{2d} = \frac{\varepsilon_0 A k_1}{4d}$$

$$C_2 = \varepsilon_0 \left(\frac{A}{2} \right) \frac{k_2}{d} = \frac{\varepsilon_0 A k_2}{2d}$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon_0 A k_3}{2d}$$

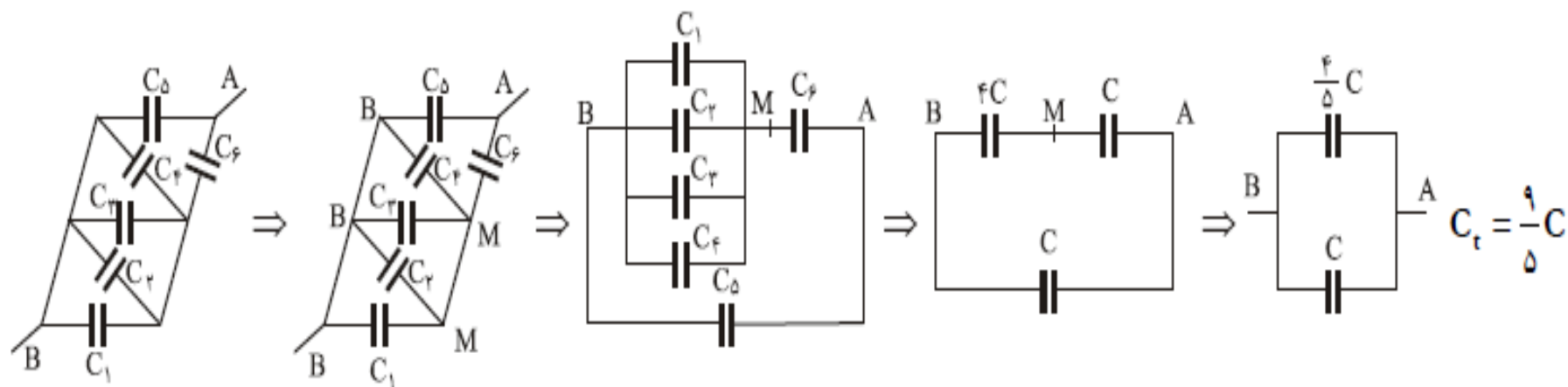
C_2 و C_3 به صورت سری بسته شده است در حالیکه C_1 با ترکیب آن دو به شکل موازی قرار گرفته است.

$$C = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{\varepsilon_0 A}{4d} \left(k_1 + \frac{2k_2 k_3}{k_2 + k_3} \right)$$

$$= \frac{8.85 \times 10^{-12} (1.05 \times 10^{-3})}{4(3.56 \times 10^{-3})} \times \left(21 + \frac{2 \times 42 \times 58}{42 + 58} \right) = 4.55 \times 10^{-11} \text{ F}$$

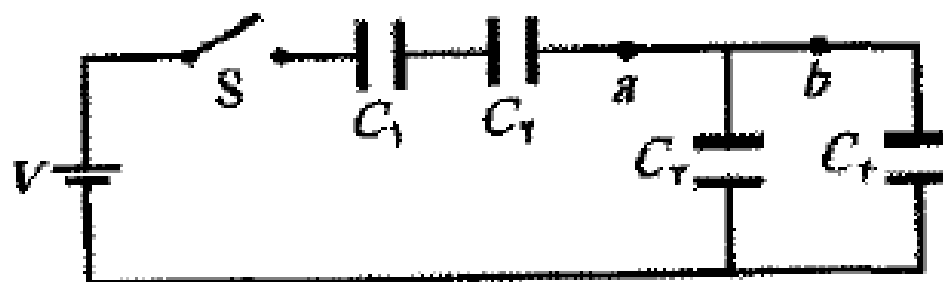
مثال

■ ظرفیت معادل بین دو نقطه A و B را به دست آورید؟



مثال

۲۳۰۰- در شکل ۲۱-۳۹، باتری دارای پتانسیل $V = 9.0\text{ V}$ ،
 $C_1 = 3.0\text{ }\mu\text{F}$ ، $C_2 = 4.0\text{ }\mu\text{F}$ ، و همه خازنها در ابتدا بدون بارند. وقتی کلید S بسته شود، بار کل $12\text{ }\mu\text{C}$ از نقطه a و بار کل $8.0\text{ }\mu\text{C}$ از نقطه b عبور می‌کند. (الف) C_1 و (ب) C_2 چقدر است؟



شکل ۲۱-۳۹ مسئله ۲۳

بار ذخیره شده بر روی خازن ۳ برابر است با $q_3 = 12 - 8 = 4 \mu C$

چون بار موجود بر خازن ۴، ۸ میکرو کولن است بنابراین ولتاژ دو سر آن برابر $V = \frac{q_4}{C_4} = 2 V$

خازن ۳ و ۴ با هم موازی هستند پس ولتاژ دو سر خازن ۳ هم ۲ ولت است بنابراین $C_3 = \frac{q_3}{V_3} = 2 \mu F$

با C_2 و C_1 متوالی $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_{3,4}}$ موازی $C_3 + C_4 = 6 \mu F$

$$C = \frac{q}{V} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$$

$$C_1 = 4 \mu F$$

مثال

۲۵۰۰- خازن‌ها در شکل ۲۱-۴۱ در ابتدا بدون بارند. ظرفیت‌ها عبارت‌اند از: $C_1 = 4/0 \mu F$ ، $C_2 = 8/0 \mu F$ ، و $C_3 = 12 \mu F$ و اختلاف پتانسیل باتری $V = 12V$ است. وقتی کلید S بسته شود، چه تعداد الکترون از (الف) نقطه a ، (ب) نقطه b ، (پ) نقطه c ، و (ت) نقطه d می‌گذرد؟



شکل ۲۱-۴۱ مسئله ۲۵

خازن های ۱ و ۲ به صورت موازی به هم وصل هستند بنابراین ظرفیت معادل آن دو برابر است با

$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = 12 \mu F$$

خازن ۳ با معادل خازن های ۱ و ۲ متوالی است

$$\frac{1}{C_{1,2,3}} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12}$$

$$C_{1,2,3} = 6 \mu F$$

باری که از نقطه a عبور میکند برابر

$$q = C_{1,2,3} V_{batri} = 6 \times 12 = 72 \mu C$$

$$q = ne \quad n = \frac{6 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4.5 \times 10^{14}$$

الف

خازن های ۱ و ۲ به صورت موازی به هم وصل هستند بنابراین ظرفیت معادل آن دو برابر است با

$$C_{1,2} = C_1 + C_2 = 12 \mu F \quad V = \frac{72 \mu C}{12 \mu F} = 6 V$$

ولتاژ روی خازن معادل برابر تاژی است که از هر کدام از خازن های ۱ و ۲ میگذرد. بنابراین از خازن ۱ و ۲ هم ولتاژ ۶ ولت میگذرد.

$$q_1 = C_1 V_1 = 4 \times 6 = 24 \mu C \quad n = \frac{4 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.5 \times 10^{14} \quad \text{ب}$$

$$q_2 = C_2 V_2 = 18 \times 6 = 48 \mu C \quad n = \frac{48 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{14} \quad \text{پ}$$

ت) همان باری که از نقطه a میگذرد از نقطه d هم میگذرد 4.5×10^{14}

● ۲۹- خازنی به ظرفیت $2/0 \mu F$ با خازن دیگری به ظرفیت $4/0 \mu F$ به طور موازی به اختلاف پتانسیل $300V$ بسته شده‌اند. انرژی کل ذخیره شده در خازن‌ها را محاسبه کنید. SSM

انرژی کل جمع انرژی ذخیره شده در هر یک از خازن ها به صورت مجزا است.

از آنجاییکه این خازن ها به صورت موازی بسته شده اند اختلاف پتانسیل روی خازن ها برابر است

در نتیجه انرژی کل برابر می شود با:

$$U = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V^2 = \frac{1}{2} (2 + 4) \times 10^{-6} (3)^2 = 0.27 \text{ J}$$

۳۳۰۰- فرض کنید یک الکترون ساکن، باری نقطه‌ای است. مطلوب است چگالی μ میدان الکتریکی آن در فاصله‌های شعاعی (الف) $r = 1/00 \text{ mm}$ ، (ب) $r = 1/00 \mu\text{m}$ ، (پ) $r = 1/00 \text{ nm}$ ، و (ت) $r = 1/00 \text{ pm}$. (ث) μ در حد $r \rightarrow 0$ چقدر است؟

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right)^2$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} C$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2 / N.m^2$$

$$u = 9.16 \times 10^{-18} J/m^3$$

(الف)

$$u = 9.16 \times 10^{-6} J/m^3$$

(ب)

$$u = 9.16 \times 10^6 J/m^3$$

(پ)

$$u = 9.16 \times 10^{18} J/m^3$$

(ت)

$$r \rightarrow 0 \quad u \rightarrow \infty$$

(ث)