

به نام خدا



دانشگاه یزد
Yazd University

مبانی فیزیک ۱ فصل چهارم

دانشکده فیزیک دانشگاه یزد

zahra.asadi6640@yahoo.com

فصل دوم: حرکت در طول خط راست

دیوید هالیدی - رابرت رزنیک

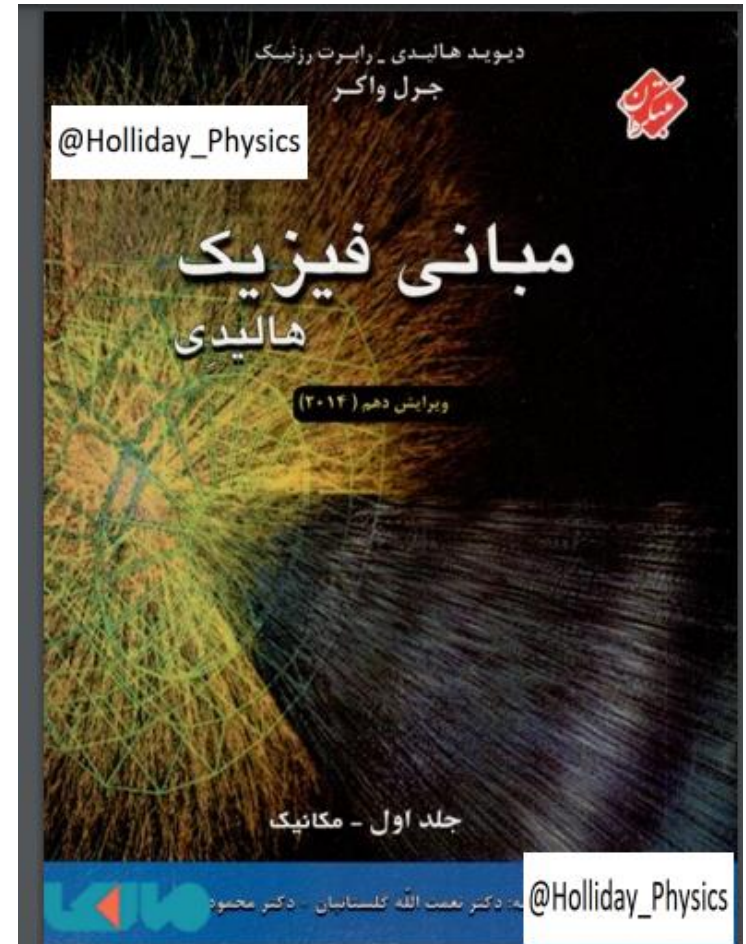
جرل واکر

مبانی فیزیک

هالیدی

ویرایش دهم (۲۰۱۴)

جلد اول - مکانیک





فصل چهارم: حرکت در دو بعد

- جابجایی، سرعت و شتاب
- حرکت با شتاب ثابت در صفحه
- حرکت دایره ای یکنواخت



حرکت در دو بعد و سه بعد

- برای اینکه روابط مربوط به حرکت در یک بعد را به دو و سه بعد تعمیم دهیم باید از بردار استفاده کنیم.

- آنچه در این فصل بدان خواهیم پرداخت:

- حرکت در سه بعد فضا روی می دهد.

- در این فصل سینماتیک حرکت را بررسی می شود و به عامل حرکت کاری نداریم.

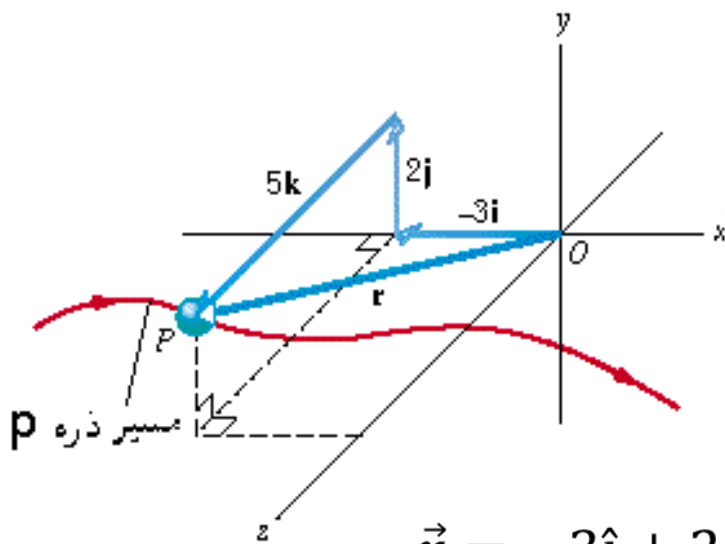
- در علم مکانیک برای ساده سازی شکل اجسام را نادیده می گیریم. یعنی همه اجسام با هر شکل هندسی و ابعاد به صورت ذرات یا نقاط مادی بدون بعد فرض می شوند.

بردار مکان و جابجایی در فضای سه بعدی

■ بردار مکان برای یک ذره، جمع برداری مؤلفه های برداری آن است.

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

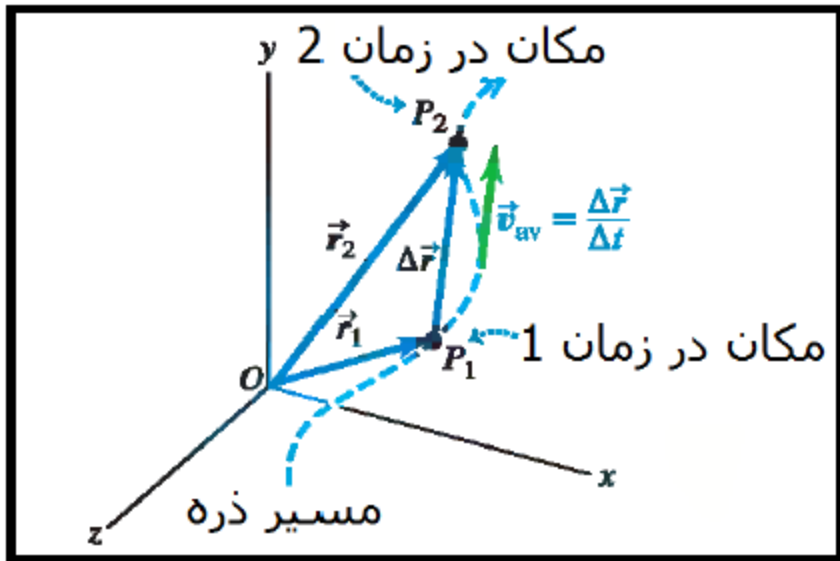
■ وقتی ذره های حرکت می کند، بردار مکان آن تغییر می کند یعنی از یک بردار مکان اولیه به بردار مکان ثانیه م یروود. این جابجایی در مدت زمان Δt رخ می دهد.



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}$$

$$\vec{r} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$$

بردار سرعت در فضای سه بعدی



بردار سرعت متوسط

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \hat{k}$$

بردار سرعت لحظه‌ای

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \Rightarrow \vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

بردار سرعت لحظه‌ای مماس بر مسیر حرکت می‌باشد.

بردار شتاب در فضای سه بعدی

✓ هر حرکتی که سرعت در آن تغییر کند یک حرکت **شتابدار** است.

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \hat{j} + \frac{\Delta v_z}{\Delta t} \hat{k}$$

بردار شتاب متوسط

بردار شتاب لحظه‌ای

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j} + \frac{dv_z}{dt} \hat{k} \Rightarrow \vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

اندازه بردار شتاب

مثال

■ بردار مکان ذره در آغاز $\vec{r}_1 = -3\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$ و سپس عبارت است از $\vec{r}_2 = 9\hat{i} + 2\hat{j} + 8\hat{k}$ جابه جایی ذره از \vec{r}_1 به \vec{r}_2 چقدر است؟

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j} + \Delta z \hat{k}$$

$$\Delta\vec{r} = [9 - (-3)]\hat{i} + [2 - 2]\hat{j} + [8 - 5]\hat{k} = 12\hat{i} + 3\hat{k}$$

$$r = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{144 + 9} = 12.36 \text{ m}$$

مثال

مختصات مکان ذره ای که در صفحه حرکت می کند از رابطه زیر بدست می آید:

$$x = 2 - 0.25t^2 \quad y = t + 0.025t^3$$

الف) مختصات مکان در $t = 2 \text{ s}$ را به دست آورید؟

ب) جابه جایی، سرعت متوسط و شتاب متوسط در بازه زمانی صفر تا ۲ ثانیه را به دست آورید؟

ج) رابطه برای بردار سرعت و شتاب را به دست آورید؟


$$x = 2 - 0.25t^2$$

$$x(2) = 2 - (0.25 * 4) = 2 - 1 = 1m$$

$$x(0) = 2m$$

$$\Delta \vec{r} = \Delta x \hat{i} + \Delta y \hat{j}$$

$$\Delta \vec{r} = (x(2) - x(0))\hat{i} + (y(2) - y(0))\hat{j} = (1 - 2)\hat{i} + (2.2 - 0)\hat{j}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{-1}{2} \hat{i} + \frac{2.2}{2} \hat{j} = -0.5 \hat{i} + 1.1 \hat{j}$$

$$x = 2 - 0.25t^2$$

$$y = t + 0.025t^3$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x = -0.25 * 2t = -0.5t$$

$$f(x) = mx^n$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = 1 + 0.025 * 3t^2 = 1 + 0.075t^2$$

$$\dot{f}(x) = mn x^{n-1}$$

$$\vec{v}(t) = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = -0.5t \hat{i} + (1 + 0.075t^2) \hat{j}$$

$$\vec{v}(2) = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} = -1 \hat{i} + 1.3 \hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = -0.5t \hat{i} + (1 + 0.075t^2) \hat{j}$$

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta v_y}{\Delta t} \hat{j}$$

$$\vec{a}_{avg} = \frac{v_x(2) - v_x(0)}{2} \hat{i} + \frac{v_y(2) - v_y(0)}{2} \hat{j}$$

$$\vec{a}_{avg} = \frac{(-1 - 0)}{2} \hat{i} + \frac{(1.3 - 1)}{2} \hat{j} =$$

$$\vec{a}_{avg} = -.05 \hat{i} + 0.06 \hat{j}$$

$$\vec{v}(t) = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = -0.5t \hat{i} + (1 + 0.075t^2) \hat{j}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{dv_x}{dt} \hat{i} + \frac{dv_y}{dt} \hat{j}$$

$$\vec{a}(t) = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = -0.5 \hat{i} + 0.075 * 2t \hat{j}$$

$$\vec{a}(2) = -0.5 \hat{i} + 0.3 \hat{j}$$

مثال

■ مختصات مکان حرکت خرگوشی بر حسب تابعی از زمان به صورت زیر است.

■ $x = -0.31t^2 + 7.2t + 28$ و $y = 0.22t^2 - 9.1t + 30$ که در آنها t

بر حسب ثانیه و x, y بر حسب متر هستند.

■ الف) بردار مکان خرگوش در زمان ۱۵ ثانیه بر حسب بردارهای یکه بنویسید بزرگی آن و زاویه آن با محور افق را به دست آورید.

■ ب) مسیر حرکت خرگوش را از زمان صفر تا ۲۵ ثانیه رسم کنید.

■ ج) سرعت متوسط خرگوش از صفر تا ۱۵ ثانیه چقدر است؟

■ د) سرعت لحظه‌ای، جهت، و زمان ۱۵ ثانیه چقدر است؟

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} \quad \vec{r}(15s) = 66\hat{i} - 57\hat{j} \quad \text{(الف)}$$

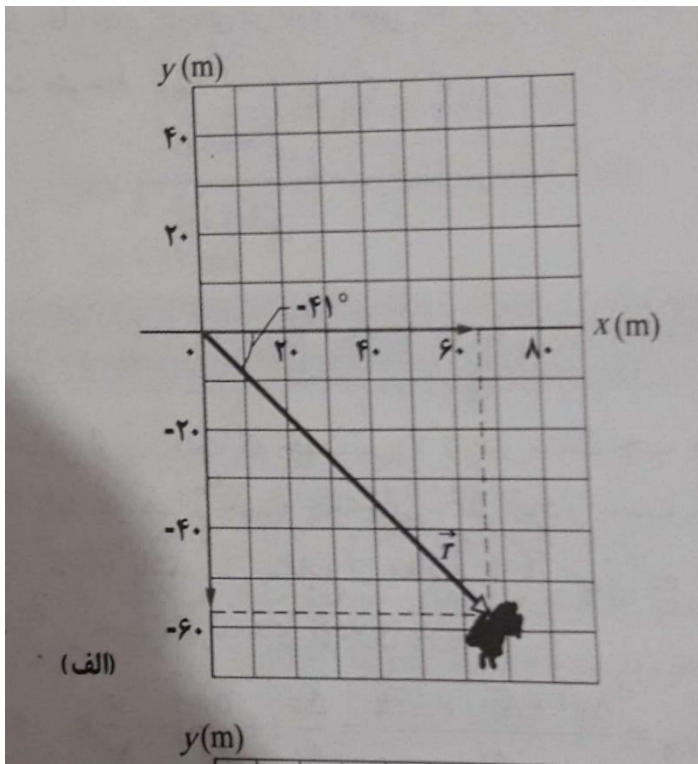
$$x(15s) = -0.31(15)^2 + 7.2 \times 15 + 28 = 66 \text{ m}$$

$$y(15s) = 0.22(15)^2 - 9.1 \times 15 + 30 = -57 \text{ m}$$

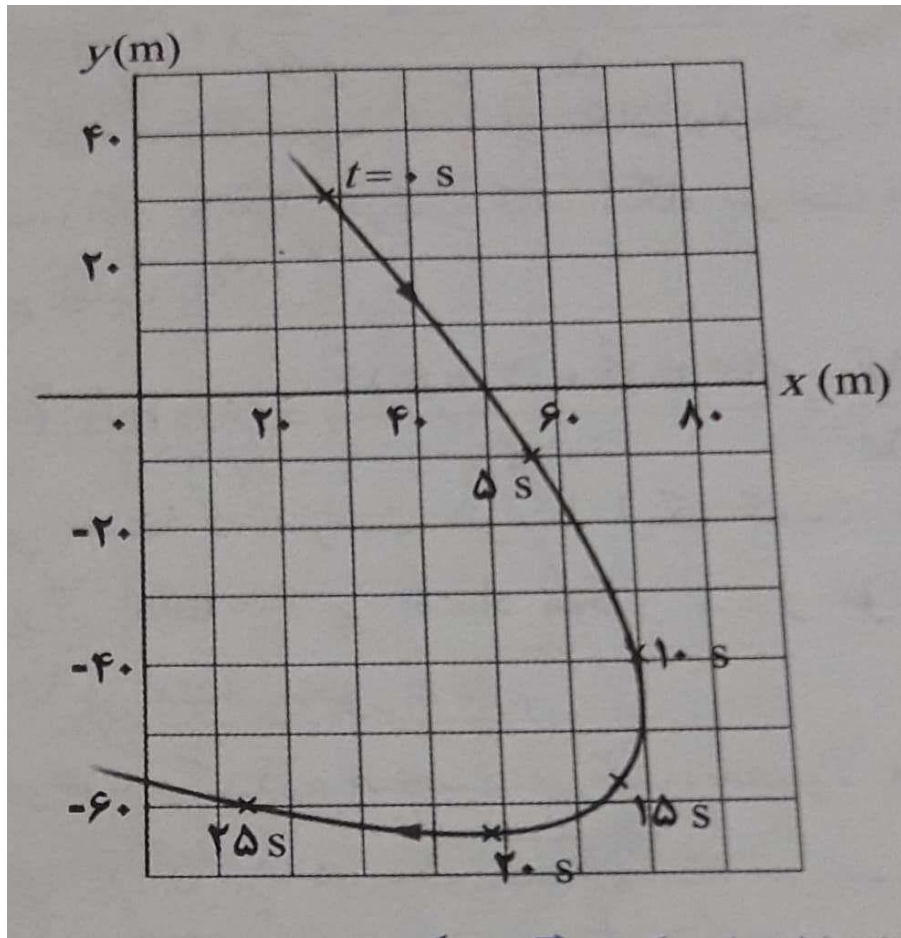
$$r = \sqrt{66^2 + (-57)^2} = 87 \text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-57}{66}\right) = -41^\circ$$



(ب)



$$\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \hat{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \hat{j}$$

$$x(15s) = 66 \text{ m} \quad x(0s) = 28 \text{ m}$$

$$y(15s) = -57 \text{ m} \quad y(0 \text{ s}) = 30 \text{ m}$$

$$\Delta x = x(15) - x(0) = 66 - 28 = 38 \text{ m}$$

$$\Delta y = y(15) - y(0) = -57 - 30 = -87 \text{ m}$$

$$\vec{v}_{avg} = \frac{38}{15} \hat{i} + \frac{-87}{15} \hat{j} = 2.53 \hat{i} - 5.8 \hat{j}$$

$$v_{avg} = \sqrt{2.53^2 + (-5.8)^2} = \sqrt{6.4 + 33.64} = 6.32 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

(د)

$$x = -0.31t^2 + 7.2t + 28 \quad v_x = -0.62t + 7.2$$

$$y = 0.22t^2 - 9.1t + 30 \quad v_y = 0.44t - 9.1$$

$$v_x(15s) = -0.62 \times 15 + 7.2 = -2.1 \text{ m/s}$$

$$v_y(15s) = 0.44 \times 15 - 9.1 = -2.5 \text{ m/s}$$

$$v = -2.1 \hat{i} - 2.5 \hat{j}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{4.41 + 6.25} = 3.26 \text{ m/s}$$

معادلات حرکت برداری با شتاب ثابت

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$v_x = a_x t + v_{0x}$$

$$v_y = a_y t + v_{0y}$$

$$v_z = a_z t + v_{0z}$$

$$\vec{r} = \frac{1}{2} \vec{a}t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0$$

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

$$z = \frac{1}{2} a_z t^2 + v_{0z} t + z_0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x(x - x_0)$$

$$v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y(y - y_0)$$

$$v_z^2 - v_{0z}^2 = 2a_z(z - z_0)$$

۱۷ ** ارابه‌ای بر روی صفحه‌ی xy با شتابی با مؤلفه‌های

$a_x = 4/0 \text{ m/s}^2$ و $a_y = -2/0 \text{ m/s}^2$ به پیش رانده می‌شود.

مؤلفه‌های سرعت آغازی ارابه $v_{0x} = 8/0 \text{ m/s}$ و

$v_{0y} = 12 \text{ m/s}$ هستند. سرعت ارابه در هنگام رسیدن به بیشترین

مختصه‌ی y با استفاده کردن از نمادگذاری بردارهای یکه

چیست؟

$$v_y = 0 \quad \text{بیشترین مختصه } y$$

$$v_y = a_y t + v_{0y}$$

$$0 = -2t + 12$$

$$t = 6s$$

$$v_x = a_x t + v_{0x}$$

$$v_x(6) = 4 * 6 + 8 = 32 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = 32\hat{i}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} = 4\hat{i} - 2\hat{j}$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{i} + v_{0y} \hat{j} = 8\hat{i} + 12\hat{j}$$

$$\vec{v} = \vec{a}t + \vec{v}_0$$

$$\vec{v}(t) = (4\hat{i} - 2\hat{j})t + (8\hat{i} + 12\hat{j}) =$$

$$\vec{v}(t) = (4\hat{i} - 2\hat{j}) * 6 + (8\hat{i} + 12\hat{j}) = 24\hat{i} - 12\hat{j} + 8\hat{i} + 12\hat{j} = 32\hat{i}$$

مثال

ذره ای مبدا را با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = 3\hat{i}$ و شتاب ثابت $\vec{a} = -\hat{i} - 0.5\hat{j}$ ترک می کند. وقتی که ذره به بیشینه مختصه x خود میرسد الف) سرعت ب) بردار مکان آن چیست؟

وقتی x بیشینه است که مؤلفه سرعت در امتداد محور x ها صفر باشد.



وقتی x بیشینه است که مؤلفه سرعت در امتداد محور x ها صفر باشد.

$$v_x = 0 \Rightarrow v_x = a_x t + v_{0x} \Rightarrow 0 = -1 \times t + 3 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

$$v_y = a_y t + v_{0y}$$

$$v_y = -0.5 * 3 + 0 = -1.5 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = -1.5\hat{j}$$

$$\vec{v} = \vec{a} t + \vec{v}_0 \Rightarrow \vec{v} = (-\hat{i} - 0.5\hat{j}) \times 3 + 3\hat{i} = -1.5\hat{j}$$

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \frac{1}{2} \vec{a} t^2 + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 \xrightarrow{\vec{r}_0=0} \vec{r} = \frac{1}{2} (-\hat{i} - 0.5\hat{j}) \times 9 + (3\hat{i}) \times 3 \\ &\Rightarrow \vec{r} = 4.5\hat{i} - 2.25\hat{j} \end{aligned}$$

ذره ای مبدا را با سرعت اولیه $\vec{v}_0 = 3\hat{i}$ و شتاب ثابت $\vec{a} = -\hat{i} - 0.5\hat{j}$ ترک می کند. وقتی که ذره به بیشینه مختصه x خود میرسد الف) سرعت ب) بردار مکان آن چیست؟

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_{0x} t + x_0$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 + v_{0y} t + y_0$$

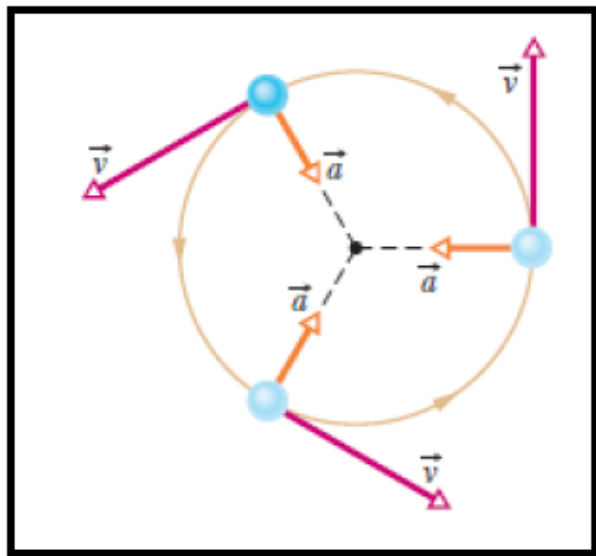
$$x = \frac{1}{2} * -1 * 9 + 3 * 3 = 4.5 \text{ m}$$

$$y = \frac{1}{2} * 0.5 * 9 = -2.25 \text{ m}$$

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} \quad \vec{r} = 4.5\hat{i} - 2.25\hat{j}$$

حرکت دایره ای یکنواخت

یک ذره وقتی در حرکت دایره ای یکنواخت است که روی یک دایره یا یک کمان دایره ای با تندی ثابت (یکنواخت) حرکت کند. اگرچه تندی تغییر نمی کند، با این حال ذره شتاب دارد چون جهت سرعت تغییر می کند.



- ✓ هر دو بردار سرعت و شتاب در حین حرکت دارای بزرگی ثابتی هستند ولی جهت آنها دائما تغییر می کند.
- ✓ سرعت همواره مماس بر دایره در جهت حرکت است.

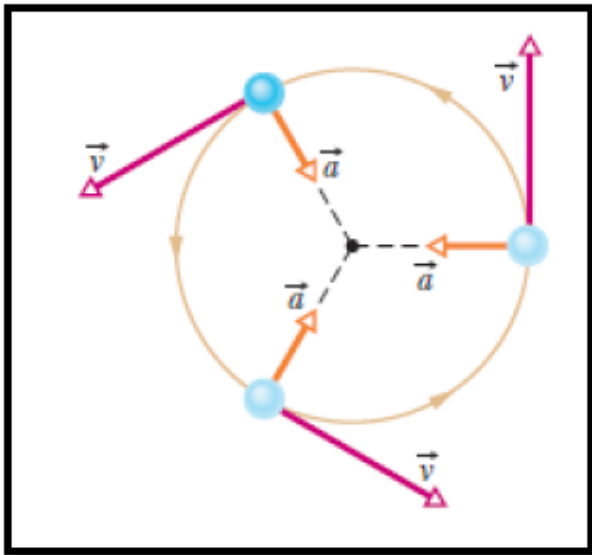
حرکت دایره ای یکنواخت

✓ شتاب همواره به طور شعاعی رو به مرکز قرار دارد.

به همین دلیل است که شتاب وابسته به حرکت دایره ای،

شتاب مرکزگرا نامیده می شود.

$$a = \frac{v^2}{r}$$



دوره حرکت: مدت زمانی که ذره دقیقاً یکبار مسیر بسته حرکت را طی می کند.

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

مثال

سرعت یک ماهواره زمینی را که در ارتفاع ۲۰۰ کیلومتری از سطح زمین قرار دارد و در آنجا $g=9.2$ متر بر مجذور ثانیه است، را حساب کنید. $R_e=6400$ km

مثال

$$R_e = 6400000 = 64 \times 10^5 \text{ m}$$

$$h = 200000 = 2 \times 10^5 \text{ m}$$

$$a = \frac{v^2}{r}$$

$$g = \frac{v^2}{R_e + h}$$

$$v = \sqrt{g(R_e + h)} = \sqrt{9.2(64 + 2) \times 10^5} = 7770 \text{ m/s}$$

$$v = 7.77 \text{ km/s}$$

تمرین

* ۳ یک پوزیترون جابه جایی $\Delta \vec{r} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ را انجام می دهد و بردار مکان پایانی اش بر حسب متر به صورت $\vec{r} = 3\hat{j} - 4\hat{k}$ است. بردار مکان آغازی این پوزیترون چیست؟

تمرین

۸) هواپیمایی از شهر A به سمت خاور پرواز می کند و پس از پیمودن مسافت 483 km در مدت $45/0$ دقیقه به شهر B می رسد و سپس از شهر B به سمت جنوب پرواز می کند و پس از پیمودن مسافت 966 km در مدت $1/50 \text{ h}$ به شهر C وارد می شود. در کل مسافرت، (الف) بزرگی و (ب) جهت جابه جایی هواپیما، (پ) بزرگی و (ت) جهت سرعت متوسط هواپیما و (ث) تبدی متوسط هواپیما، چیست؟

تمرین

❖ ۱۳ ذره‌ای طوری حرکت می‌کند که معادله‌ی مکان آن (برحسب متر) به صورت تابعی از زمان (برحسب ثانیه) به صورت

$$\vec{r} = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$$

است. معادله‌های (الف) سرعت و (ب) شتاب ذره را، برحسب زمان، به دست آورید.

تمرین

۱۶ ** بردار سرعت ذره‌ای که در صفحه‌ی xy حرکت می‌کند،

به صورت $\vec{v} = (6/0t - 4/0t^2)\hat{i} + 8/0\hat{j}$ است، که در آن بزرگی

\vec{v} بر حسب متر بر ثانیه و t (بزرگ‌تر از صفر) بر حسب ثانیه

است. (الف) شتاب ذره در زمان $t = 3/0s$ چیست؟ (ب) در

چه زمانی (در صورت امکان) شتاب ذره صفر است؟ (پ) در

چه زمانی (در صورت امکان) سرعت ذره صفر است؟ (ت) در

چه زمانی (در صورت امکان) تندی ذره برابر با $10m/s$ است؟

تمرین

۱۸ ** باد معتدلی بر روی صفحه‌ی افقی xy به سنگ‌ریزه‌ای شتاب $\vec{a} = (5/00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (7/00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$ می‌دهد. در زمان $t = 0$ سرعت سنگ‌ریزه $(4/00 \text{ m/s})\hat{i}$ است. هنگامی که سنگ‌ریزه به اندازه‌ی $12/0 \text{ m}$ به موازات محور x جابه‌جا می‌شود، (الف) بزرگی و (ب) زاویه‌ی سرعت آن چیست؟

* ۵۶ یک ماهواره‌ی زمینی در ارتفاع ۶۴۰ کیلومتری سطح زمین بر روی مداری دایره‌ای با دوره‌ی تناوب $۹۸/۰$ دقیقه حرکت می‌کند. (الف) تندی و (ب) بزرگی شتاب مرکزگرای ماهواره چقدر است؟

۵۸ یک بادبزن برقی در هر دقیقه ۱۲۰۰ دور کامل می‌زند. شعاع حرکت نوک پره‌ها را 0.15 m در نظر بگیرید. (الف) نوک پره در هر دور چه مسافتی می‌پیماید؟ (ب) تندی نوک پره و (پ) بزرگی شتاب آن چقدر است؟ (ت) دوره‌ی تناوب حرکت چقدر است؟



اگر میخواهید خوشبخت باشید زندگی را به یک هدف
گره بزنید نه به آدم ها و اشیاء

البرت انیشتین